

GUIA DE PROVA PP

RACIOCÍNIO LÓGICO

*“Em lógica não existe decoreba:
ou a tabela fecha, ou não fecha.”*

Da tabela-verdade à probabilidade, com equivalências, negações, argumentos válidos, diagramas, contagem e sequências. Toda tabela-verdade, equivalência, contagem e probabilidade deste material foi **conferida por computador** antes de ir para o papel. Acompanha o **PP UNDER15** — o caderno de véspera — em arquivo separado.

Proposições

Equivalências

Argumentos

Contagem

PP UNDER15



Guia de Prova PP

MATERIAL DE ESTUDO

Como usar este guia

Raciocínio Lógico é a disciplina em que o candidato **não precisa acreditar em ninguém**: toda afirmação pode ser conferida montando a tabela. Por isso, aqui, o lugar da "letra de lei" é ocupado pela **verificação** — cada tabela-verdade, cada equivalência e cada contagem deste material foi testada exaustivamente por computador antes de ser impressa. Onde houver **divergência real entre bancas**, o material avisa em vez de escolher um lado.



PP DECORE

A tabela ou fórmula que precisa sair no automático.



PP PEGADINHA

A troca clássica da banca, no formato errado × certo.



PP CAI MUITO

O tipo de item construído sobre o ponto — o padrão a reconhecer.



PP JURIS

Gabarito oficial ou anulação que fixou o entendimento.



PALAVRAS-CHAVE

O jargão exato com que a banca escreve o item.



PP QUESTÃO

Questão comentada ao fim de cada seção.



PP DICA

O caminho curto que resolve o item sem montar a tabela inteira.



ATENÇÃO

A condição que muda o valor lógico e passa despercebida.



PP MNEMÔNICO

O mnemônico autoral que fixa a tabela ou a equivalência.

Ao fim de cada seção há um **PP ACTIVE RECALL**: cubra a coluna da direita, responda de memória e só então confira. E o **PP UNDER15**, em arquivo separado, é o caderno de véspera — prazos, róis fechados e as trocas que derrubam, em ~15 minutos.

★ UMA ADVERTÊNCIA QUE VALE A COMPRA

Circula em material de concurso um quadro que define **argumento válido** como "premissas verdadeiras e conclusão verdadeira". **Isso está errado**, e há gabarito de banca que comprova: em prova do CESPE (atual Cebraspe) para a Polícia Federal, em 2004, o item "*se a conclusão é falsa, o argumento não é válido*" recebeu gabarito **ERRADO**. A Seção 07 mostra por quê — e a definição correta.

Sumário

01	O que a banca cobra em Raciocínio Lógico	04
02	Proposições: o que é e o que não é	07
03	Conectivos, tabelas-verdade e classificação	11
04	Equivalências lógicas	15
05	Negações — a regra de cada conectivo	19
06	Condicional: condição necessária e suficiente	23
07	Argumentação: validade, falácias e tipos de raciocínio	27
08	Proposições categóricas e diagramas lógicos	32
09	Quantificadores e lógica de primeira ordem	36
10	Verdades, mentiras e associação lógica	39
11	Conjuntos e diagramas de Venn	42
12	Análise combinatória	45
13	Probabilidade	49
14	Sequências, séries e padrões	53

SEÇÃO 01

O que a banca cobra em Raciocínio Lógico

"Raciocínio Lógico" é um rótulo elástico: sob esse mesmo nome os editais colocam conteúdos **muito diferentes entre si** — de lógica proposicional pura a geometria analítica. Esta seção existe para você descobrir, **antes** de estudar, qual dos "raciocínios lógicos" está no rol do seu edital.

1.1 O nome do tópico não diz o conteúdo

● PP DECORE — LEIA O ROL, NÃO O TÍTULO

"Raciocínio Lógico", "Raciocínio Lógico-Matemático", "Raciocínio Lógico e Analítico" e "Raciocínio Lógico Quantitativo" **não têm escopo fixo**. O que define o que cai é a **lista de tópicos do anexo do edital**, não a denominação da disciplina.

Editais reais mostram a amplitude: há concurso cujo rol de "Raciocínio Lógico e matemático" traz **26 tópicos, dos quais apenas 4 são de lógica** (proposições, conectivos, equivalências e argumentos) — todo o resto é matemática. E há edital municipal em que o mesmo rótulo cobre geometria analítica, trigonometria, matrizes e polinômios.¹

1.2 Dois levantamentos com N declarado

★ RESSALVA ANTES DOS NÚMEROS

As bancas não publicam estatística de conteúdo. Os dois quadros abaixo foram selecionados por um critério único: só entram levantamentos com **N declarado e metodologia explícita**. Servem para orientar prioridade, não como previsão — e são de **bancas e períodos diferentes**, então não devem ser comparados linha a linha.

FCC — ASSUNTO	PESO	NATUREZA
Lógica proposicional	25%	lógica
Proporção (razão, regra de três)	23%	matemática
Conjuntos numéricos	18%	matemática
Porcentagem e matemática financeira	11%	matemática
Análise combinatória	7%	contagem
Sequências	7%	padrões
Probabilidade	5%	contagem

1. Exemplos verificados em conteúdos programáticos: edital SANESUL 2025 (Instituto AOC), "Raciocínio Lógico e matemático", 26 tópicos; e Edital 01/2026 da Prefeitura de Promissão-SP, com rol de matemática de nível vestibular sob o mesmo rótulo. Acesso em: ago. 2026.

Os quatro primeiros somam **77%**, e os sete itens listados somam 96% — o levantamento não detalha os 4% restantes.²

CEBRASPE — ASSUNTO	PESO	NATUREZA
Lógica matemática	34,31%	lógica
Estruturas lógicas	21,57%	lógica
Inferências	17,65%	lógica
Raciocínio analítico	9,80%	problemas
Verdades e mentiras	8,82%	problemas
Combinatória e probabilidade	7,84%	contagem

O bloco proposicional (lógica matemática + estruturas + inferências) soma **73,5%**.³

● PP DECORE — A LEITURA QUE INTERESSA

Os dois quadros descrevem **disciplinas quase distintas** sob o mesmo nome. Na amostra da FCC, o peso está em **matemática básica**: proporção e conjuntos numéricos sozinhos valem mais que lógica proposicional. Na amostra do Cebbraspe, o peso está no **bloco proposicional**.

Consequência prática: não existe "cronograma de RL" universal. Descubra a banca, leia o rol do edital e só então decida onde gastar tempo.

1.3 Perfil qualitativo por banca

BANCA	FORMATO	TRAÇOS OBSERVADOS NAS PROVAS ⁴
Cebbraspe	Certo/Errado ; item errado anula certo	Concentra no bloco proposicional. Apresenta as proposições em português corrido e só simboliza na análise. Usa predominantemente $\neg$ para a negação. Cobra também raciocínio analítico e verdades/mentiras.
FCC	Múltipla escolha, 5 alternativas	Sob o rótulo de RLM, a maior parte é matemática básica : proporção, conjuntos numéricos, porcentagem. Lógica proposicional aparece, mas divide espaço.
FGV	Múltipla escolha, 5 alternativas	Enunciados densos; costuma explorar sequências, associação lógica e problemas com estrutura de raciocínio.
VUNESP	Múltipla escolha, 5 alternativas	Aparecem com frequência sequências, dilema construtivo e problemas de dedução.

². Levantamento de 212 questões de Raciocínio Lógico-Matemático da FCC, com percentuais por assunto. Disponível em: voceconcursado.com.br/blog/os-assuntos-mais-cobrados-pela-fcc-em-raciocinio-logico/. Acesso em: ago. 2026.

³. Levantamento de 102 itens de Raciocínio Lógico-Matemático em 12 provas do Cebbraspe/CESPE, período 2013-2016. Disponível em: blog.grancursosonline.com.br/serie-quebrando-a-banca-cespeunb-raciocinio-logico-matematico/. Acesso em: ago. 2026. Uma amostra menor, restrita ao concurso da Polícia Federal de 2018 (N = 36), apresenta distribuição bastante diferente, com peso alto de contagem e probabilidade — indício de que a proporção varia por certame.

⁴. Metodologia desta coluna: leitura direta de provas anteriores e dos conteúdos programáticos publicados por cada banca, mais o material técnico de análise de provas indicado nas demais notas. É uma descrição **qualitativa** de formato e de traços recorrentes — não é medição de frequência. Percentuais por assunto, com N declarado, aparecem apenas no item 1.2, para FCC e Cebbraspe. Acesso em: ago. 2026.

BANCA	FORMATO	TRAÇOS OBSERVADOS NAS PROVAS*
Cesgranrio	Múltipla escolha, 5 alternativas	Enunciados curtos e diretos, no mesmo padrão das demais disciplinas da banca.
IBFC	Múltipla escolha, 4 ou 5 alternativas	Declara contagem e probabilidade entre os tópicos que mais cobra.
Quadrix	Predominantemente Certo/Errado	Segue o modelo do Cebraspe, inclusive na estrutura dos itens.

1.4 Notação: não existe padrão oficial

◆ ATENÇÃO — QUEM DEFINE O SÍMBOLO É O ENUNCIADO

Nenhum edital ou material oficial de banca fixa a notação de lógica. O que as bancas fazem é **declarar a convenção no próprio enunciado** — por exemplo: "*Considerando que os símbolos $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ e $\leftrightarrow$ representam...*".

Convenções observadas em prova: $\neg$ predomina no Cebraspe para negação (mas $\sim$ convive); $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ são estáveis; a **disjunção exclusiva costuma vir escrita por extenso** ("ou... ou..."), e não por símbolo.

Regra de sobrevivência: antes de resolver, leia a legenda do enunciado. Este guia usa $\neg$ e $\vee$, mas o que vale na sua prova é o que a banca declarar.

1.5 Duas anulações que ensinam

§ PP JURIS — QUANDO A PRÓPRIA BANCA RECONHECEU A DIVERGÊNCIA

Cebraspe / Polícia Federal, 2018 — item anulado. O item classificava a sentença "João e Carlos não são culpados" quanto a ser proposição simples ou composta. A justificativa oficial da anulação registrou que "**há divergência de literatura a respeito do tipo de proposição disposto no item**".⁵

Cebraspe / INSS, 2022 — item anulado. Sentença com verbo no infinitivo ("o segurado *apresentar*...") foi considerada incompleta, o que impede classificá-la como proposição.

O que extrair: a regra de bolso "um verbo = proposição simples" **não é regra fechada** — é atalho, e a própria banca já reconheceu que o tema comporta divergência. A Seção 02 trata disso com o cuidado devido.

5. Justificativa oficial de anulação publicada pela banca no concurso da Polícia Federal de 2018. Referência consultada em compilações de questões comentadas. Acesso em: ago. 2026.

SEÇÃO 02

Proposições: o que é e o que não é

Tudo em Raciocínio Lógico começa aqui. Antes de negar, equivaler ou testar validade, é preciso saber **o que pode receber valor lógico**. E é justamente nesse ponto inicial que as bancas montam armadilhas — inclusive armadilhas que já derrubaram itens inteiros por anulação.

2.1 Definição operacional

Proposição é toda sentença **declarativa** à qual se pode atribuir **um e apenas um** valor lógico: verdadeiro (V) ou falso (F). Dois princípios sustentam essa definição:

- ▶ **Princípio da não contradição:** nenhuma proposição é verdadeira e falsa ao mesmo tempo.
- ▶ **Princípio do terceiro excluído:** toda proposição é verdadeira ou falsa — não há terceira possibilidade.

● PP DECORE — O TESTE DAS TRÊS PERGUNTAS

Para saber se a sentença é proposição, faça as três perguntas **nesta ordem**:

1. É declarativa? (não é pergunta, ordem, exclamação nem desejo)
2. Está completa? (tem sujeito e verbo conjugado, faz sentido sozinha)
3. Dá para dizer "isso é verdadeiro" ou "isso é falso"? (não depende de quem lê)

Se qualquer resposta for "não", não é proposição.

2.2 O que NÃO é proposição

TIPO DE SENTENÇA	EXEMPLO	POR QUE NÃO É PROPOSIÇÃO
Interrogativa	"Qual é a capital do Acre?"	Pergunta não afirma nada — não há o que julgar como V ou F.
Imperativa	"Estude a legislação."	Ordem, pedido ou conselho. Pode ser cumprida ou não, mas não é verdadeira nem falsa.
Exclamativa	"Que prova difícil!"	Expressa emoção. Não descreve estado de coisas.
Optativa	"Tomara que eu passe."	Exprime desejo.
Aberta	"Ele é servidor público." " $x + 2 = 7$ "	Contém variável ou pronome sem referente definido. O valor lógico depende de quem é "ele" ou quanto vale x .
Incompleta / sem verbo conjugado	"O prazo de cinco dias." "O servidor apresentar o documento."	Não forma sentença declarativa completa. Verbo no infinitivo não conjuga a afirmação.

TIPO DE SENTENÇA	EXEMPLO	POR QUE NÃO É PROPOSIÇÃO
Paradoxal	"Esta frase é falsa."	Autorreferente: não admite atribuição consistente de valor (se V, é F; se F, é V), logo não satisfaz o critério de "um e apenas um valor lógico".
Subjetiva	"Matemática é a disciplina mais bonita."	Depende do julgamento de cada pessoa; não há critério objetivo de verdade. Ponto sensível: a literatura diverge sobre juízos de valor — se a prova trouxer um, verifique se o enunciado oferece critério objetivo.

▲ PP PEGADINHA — "NÃO SEI SE É VERDADEIRO" ≠ "NÃO É PROPOSIÇÃO"

Errado: "Existe vida em outro planeta" não é proposição, porque ninguém sabe a resposta. **Certo:** é proposição. Ela é ou verdadeira ou falsa — o fato de *nós* desconhecermos o valor lógico é irrelevante. O que importa é a sentença **admitir** um único valor, não nós conseguirmos determiná-lo.

EXEMPLO PRÁTICO

"O 1000º dígito decimal de π é 7." Ninguém precisa saber a resposta de cabeça: a sentença é declarativa, completa e objetiva, logo é proposição — com valor lógico definido, ainda que desconhecido para quem lê.

2.3 Simples e composta

PROPOSIÇÃO SIMPLES (ATÔMICA)	PROPOSIÇÃO COMPOSTA (MOLECULAR)
Não contém outra proposição dentro de si nem conectivo lógico. Costuma ser representada por letras minúsculas: p, q, r, s . "Marcos é servidor."	Formada por duas ou mais proposições simples unidas por conectivos . Representada por letras maiúsculas: P, Q, R . "Marcos é servidor e Ana é estagiária."

◆ ATENÇÃO — O ATALHO "UM VERBO = SIMPLES" TEM LIMITE

O atalho funciona na maioria dos itens, mas **não é regra fechada**. Sentenças com sujeito composto e verbo único — do tipo "João e Carlos não são culpados" — comportam mais de uma leitura, e a própria banca já anulou item por esse motivo (Seção 01, item 1.5).

Postura de prova: use o atalho como primeira leitura, mas verifique se a frase **pode ser desmembrada** em duas afirmações independentes ligadas por conectivo. "João e Carlos foram aprovados" desmembra ("João foi aprovado" $\wedge$ "Carlos foi aprovado"). Já "João e Carlos são irmãos **entre si**" não desmembra — o "e" ali é parte do sujeito, não conectivo lógico.

◎ PP CAI MUITO — O "E" QUE NÃO É CONECTIVO

- > **Relação recíproca:** "Ana e Bia são primas" → uma só proposição (relação entre elas).
- > **Ação conjunta indivisível:** "Pedro e Tiago carregaram o piano juntos" → uma só proposição.
- > **Predicado distributivo:** "Ana e Bia foram aprovadas" → composta, desmembra em duas.

2.4 Valor lógico e o número de linhas da tabela

Cada proposição simples que entra numa fórmula dobra o número de cenários possíveis. Com n proposições simples, a tabela-verdade tem 2^n linhas.

PROPOSIÇÕES SIMPLES (N)	LINHAS (2^N)	OBSERVAÇÃO
2 (p, q)	4	O caso padrão das provas.
3 (p, q, r)	8	Aparece com frequência em itens de validade.
4	16	Raro em objetiva por questão de tempo.
5	32	Quando aparece, o caminho é outro (ver Seção 07).

★ PP DICA — A ORDEM CANÔNICA DAS COLUNAS

Monte sempre na mesma ordem, para nunca se perder: a coluna **p** recebe **V V F F** e a coluna **q** recebe **V F V F**. Com três variáveis, **p** = VVVFFFF, **q** = VVFFVVFF, **r** = VFVFVFVF.

Por quê: todas as tabelas deste guia (e a maioria dos gabaritos comentados) seguem essa ordem. Se você inverter, vai comparar resultados errados.

PALAVRAS-CHAVE DA BANCA

sentença declarativa

valor lógico

um e apenas um

proposição simples

proposição composta

sentença aberta

princípio da não contradição

terceiro excluído

2^n linhas

frase imperativa

frase exclamativa

PP QUESTÃO

ESTILO CEBRASPE · CERTO/ERRADO

Julgue o item: a sentença "Existem infinitos números primos gêmeos" não constitui proposição lógica, uma vez que a comunidade matemática ainda não demonstrou se a afirmação é verdadeira ou falsa.

() Certo

() Errado

Gabarito: Errado. A sentença é declarativa, completa e objetiva: ela é verdadeira ou falsa, sem terceira hipótese. O critério de proposição é **admitir** um único valor lógico, e não o valor ser conhecido por quem lê. Desconhecimento epistêmico não descaracteriza a proposição — trocar um pelo outro é exatamente o erro que a banca planta.

PP ACTIVE RECALL — TESTE-SE DE MEMÓRIA		CUBRA A COLUNA DA DIREITA E RESPONDA
? Quais os dois princípios que sustentam o conceito de proposição?		não contradição (não V e F ao mesmo tempo) e terceiro excluído (só V ou F)
? " $x + 5 = 9$ " é proposição?		não — sentença aberta, valor depende de x
? Sentença cujo valor lógico ninguém conhece é proposição?		sim — basta admitir um único valor, não precisa ser conhecido
? Quantas linhas tem a tabela com 3 proposições simples?		8 (2^3)
? Todo "e" numa frase é conectivo lógico?		não — em relação recíproca ("são primas") integra o sujeito
? Verbo no infinitivo forma proposição?		não, pela regra de bolso — e o tema já gerou anulação (INSS 2022)

SEÇÃO 03

Conectivos, tabelas-verdade e classificação

Os cinco conectivos são a base mecânica da disciplina. Quem sabe as cinco colunas de cor não erra tabela-verdade, não erra negação e não erra equivalência — porque tudo depois disso é consequência delas.

3.1 As cinco tabelas fundamentais

Ordem canônica das linhas: **VV · VF · FV · FF**.

p	q	$p \wedge q$ CONJUNÇÃO	$p \vee q$ DISJUNÇÃO	$p \nabla q$ DISJ. EXCLUSIVA	$p \rightarrow q$ CONDICIONAL	$p \leftrightarrow q$ BICONDICIONAL
V	V	V	V	F	V	V
V	F	F	V	V	F	F
F	V	F	V	V	V	F
F	F	F	F	F	V	V

● PP DECORE — CADA CONECTIVO EM UMA FRASE

- $\wedge$ (e):** só é V quando **as duas** são V. Basta uma F para derrubar tudo.
- $\vee$ (ou):** só é F quando **as duas** são F. Basta uma V para salvar tudo.
- ∇ (ou... ou...):** V quando os valores são **diferentes**; F quando são iguais.
- $\rightarrow$ (se... então):** só é F quando **V leva a F** ($V \rightarrow F$). Nas outras três, é V.
- $\leftrightarrow$ (se e somente se):** V quando os valores são **iguais**; F quando diferentes.

VF

PP MEMORIZAÇÃO — A ÚNICA LINHA FALSA DO CONDICIONAL

O condicional **$p \rightarrow q$** só é **F** na linha **V F** — antecedente verdadeiro, consequente falso.
"VF é o F" — decore essa linha e as outras três saem de graça (são todas V).

3.2 Como cada conectivo aparece escrito na prova

CONECTIVO	FORMAS EM LÍNGUA PORTUGUESA	CUIDADO
Conjunção $\wedge$	e · mas · porém · contudo · todavia · entretanto · no entanto · embora · ainda que · apesar de	As adversativas e concessivas são conjunção lógica . A oposição é retórica; a lógica é a mesma do "e".
Disjunção $\vee$	ou · e/ou · pelo menos um · ao menos um	É inclusiva : admite que as duas ocorram.

CONECTIVO	FORMAS EM LÍNGUA PORTUGUESA	CUIDADO
Disj. exclusiva $\vee$	ou... ou... (as duas partes com "ou") · ou... ou..., mas não ambos	Exige que exatamente uma ocorra. O "ou" duplicado é o sinal.
Condicional $\rightarrow$	se... então... · quando · caso · sempre que · toda vez que · desde que · a menos que*	O que vem depois do "se" é o antecedente , esteja onde estiver na frase.
Bicondicional $\leftrightarrow$	se e somente se · se e só se · quando e somente quando · é condição necessária e suficiente para	Precisa da dupla direção explícita.

* "a menos que" e "salvo se" equivalem a "se não": "**p, a menos que q**" $\equiv \neg q \rightarrow p \equiv q \vee p$. Por isso aparecem aqui com ressalva — a direção não é a padrão. Tratado na Seção 06.

▲ PP PEGADINHA — "MAS" NÃO É DISJUNÇÃO NEM EXCEÇÃO

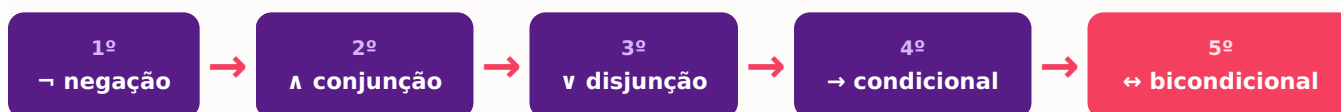
Errado: "Estudei, **mas** não passei" tem valor lógico diferente de "Estudei **e** não passei". **Certo:** a tabela-verdade é **idêntica**. "Mas", "porém", "contudo", "todavia", "entretanto" e "embora" são todos **∧**. A carga de contraste é semântica, não lógica.

◎ PP CAI MUITO — INVERSÃO DE ORDEM NO CONDICIONAL

- > "Se chove, a rua molha" $\rightarrow$ **chove $\rightarrow$ molha**.
- > "A rua molha **se** chove" $\rightarrow$ mesma coisa: **chove $\rightarrow$ molha**. O "se" marca o antecedente, e ele veio no fim.
- > "A rua molha **somente se** chove" $\rightarrow$ **inverte**: molha $\rightarrow$ chove. "Somente se" marca o **consequente**.

3.3 Precedência dos conectivos

Quando não há parênteses, a ordem de aplicação é fixa — do mais forte (aplicado primeiro) ao mais fraco:



★ PP DICA — O CONECTIVO MAIS FRACO É O PRINCIPAL

O **conectivo principal** de uma fórmula é o de **menor precedência** fora de parênteses — é ele que define o "tipo" da proposição composta e é ele que você nega primeiro.

Em **p ∧ q → r**, o principal é o **→**: a fórmula é uma **condicional**, e lê-se (p ∧ q) → r.

Em **¬p ∨ q ↔ r**, o principal é o **↔**: lê-se ((¬p) ∨ q) ↔ r.

3.4 Classificação: tautologia, contradição e contingência

CLASSIFICAÇÃO	COLUNA FINAL DA TABELA	COMO A BANCA PERGUNTA
Tautologia	Só V em todas as linhas	"...é sempre verdadeira, independentemente dos valores lógicos de p e q"
Contradição	Só F em todas as linhas	"...é sempre falsa" / "é uma contradição"
Contingência	Mistura de V e F	"...pode ser verdadeira ou falsa, conforme o caso"

EXEMPLO PRÁTICO

$p \vee \neg p$ é tautologia (terceiro excluído): se p é V, a disjunção é V; se p é F, $\neg p$ é V, e a disjunção é V de novo.

$p \wedge \neg p$ é contradição (não contradição): nunca as duas parcelas são V ao mesmo tempo.

$p \rightarrow q$ é contingência: V nas linhas 1, 3 e 4, F na linha 2.

◆ ATENÇÃO — O ATALHO DA TAUTOLOGIA POR ABSURDO

Para testar se $A \rightarrow B$ é tautologia sem montar 8 ou 16 linhas: **suponha que seja falsa**. Isso obriga $A = V$ e $B = F$. Propague esses valores para dentro. Se chegar a uma contradição (alguma proposição simples precisando ser V e F ao mesmo tempo), **é tautologia**. Se conseguir atribuir valores sem contradição, **não é** — e você acabou de achar o contraexemplo.

Esse é o mesmo método usado para testar validade de argumento (Seção 07).

3.5 Montando uma tabela completa, passo a passo

Objetivo: classificar $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$. Quatro linhas, três colunas de trabalho.

p	q	1º: $p \wedge q$	2º: $p \vee q$	3º: $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$
V	V	V	V	V ($V \rightarrow V$)
V	F	F	V	V ($F \rightarrow V$)
F	V	F	V	V ($F \rightarrow V$)
F	F	F	F	V ($F \rightarrow F$)

Coluna final só com V → **tautologia**. Faz sentido: se as duas ocorrem ($\wedge$), então pelo menos uma ocorre ($\vee$). A conjunção sempre implica a disjunção.

★ PP DICA — A ORDEM DE PREENCHIMENTO DAS COLUNAS

1. Colunas das proposições simples (p, q, r) na ordem canônica.
2. Colunas das **negações** que aparecem na fórmula ($\neg p$, $\neg q$).
3. Colunas dos **parênteses mais internos**.
4. Vá subindo até o **conectivo principal** — essa é a coluna que responde a questão.

Erro que custa a questão: resolver o conectivo principal antes dos parênteses.

EXEMPLO PRÁTICO — TRÊS VARIÁVEIS SEM MONTAR 8 LINHAS

Classificar $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$.

Em vez de 8 linhas, use o método da conclusão falsa: suponha o todo **F**. Isso obriga o antecedente $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) = V$ e o consequente $(p \rightarrow r) = F$.

De $(p \rightarrow r) = F$: $p = V, r = F$. De $(p \rightarrow q) = V$ com $p = V$: $q = V$. De $(q \rightarrow r) = V$ com $q = V$: $r = V$.

Mas r já era **F**. **Contradição** $\rightarrow$ é impossível a fórmula ser falsa $\rightarrow$ **tautologia** — sem montar as oito linhas.

PALAVRAS-CHAVE DA BANCA

conjunção

disjunção inclusiva

disjunção exclusiva

condicional

bicondicional

antecedente

consequente

conectivo principal

tautologia

contradição

contingência

independentemente dos valores lógicos

sempre verdadeira

PP QUESTÃO

ESTILO FGV · MÚLTIPLA ESCOLHA

Considere a proposição composta: "Ana foi aprovada, mas não foi convocada." Sabendo que "Ana foi aprovada" é verdadeira e "Ana foi convocada" é falsa, o valor lógico da proposição composta e sua classificação quanto ao conectivo principal são, respectivamente:

- a) falso; disjunção.
- b) verdadeiro; conjunção.
- c) verdadeiro; disjunção exclusiva.
- d) falso; conjunção.
- e) verdadeiro; condicional.

Gabarito: b. O "mas" é **conjunção** ($\wedge$), não adversativa em sentido lógico. A fórmula é $p \wedge \neg q$, com $p = V$ e $q = F$. Logo $\neg q = V$, e $V \wedge V = V$. Quem lê "mas" como oposição e chuta disjunção cai na alternativa (a).

PP ACTIVE RECALL — TESTE-SE DE MEMÓRIA

CUBRA A COLUNA DA DIREITA E RESPONDA

? Qual a única linha em que $p \rightarrow q$ é falsa?

V $\rightarrow$ F (antecedente V, consequente F)

? Quando $p \vee q$ é verdadeira?

quando p e q têm valores diferentes

? "Embora", "porém" e "contudo" são qual conectivo?

conjunção ($\wedge$) — os três

? Ordem de precedência dos conectivos?

$\neg \cdot \wedge \cdot \vee \cdot \rightarrow \cdot \leftrightarrow$

? Como identificar o conectivo principal?

é o de menor precedência fora de parênteses

? Coluna final só com F: que classificação?

contradição

? "A somente se B" traduz como?

A $\rightarrow$ B (o "somente se" marca o consequente)

SEÇÃO 04

Equivalências lógicas

Duas proposições são **logicamente equivalentes** ($\equiv$) quando têm **exatamente a mesma coluna final** na tabela-verdade — mesmos valores, linha a linha. Isso significa que uma pode substituir a outra em qualquer contexto sem alterar o valor lógico do conjunto.

● PP DECORE — O CRITÉRIO FORMAL DE EQUIVALÊNCIA

$A \equiv B$ se, e somente se, $A \leftrightarrow B$ for uma **tautologia**.

Ou seja: equivalência é o bicondicional que dá V em todas as linhas. Esse é o teste que resolve qualquer item de equivalência, mesmo os que você nunca viu.

4.1 As equivalências que caem

Todas as fórmulas abaixo foram verificadas linha a linha: o bicondicional correspondente é tautologia em cada uma delas.

#	EQUIVALÊNCIA	NOME / COMO USAR
1	$p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$	Contrapositiva. Inverte a ordem e nega as duas partes. É a que sustenta o modus tollens e as cadeias de inferência.
2	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$	Condicional em disjunção. "Nega o primeiro, mantém o segundo, troca $\rightarrow$ por $\vee$."
3	$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$	Negação do condicional. Mantém o primeiro, nega o segundo, vira $\wedge$. Ver Seção 05.
4	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$	De Morgan. Nega as duas e troca $\wedge$ por $\vee$.
5	$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	De Morgan. Nega as duas e troca $\vee$ por $\wedge$.
6	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	Desmembramento do bicondicional. Ida e volta.
7	$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \veebar q$	Negação do bicondicional é a disjunção exclusiva.
8	$p \veebar q \equiv (p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$	Exclusiva em forma expandida: "pelo menos uma, mas não as duas".
9	$\neg\neg p \equiv p$	Dupla negação. Duas negações se anulam.

MI-NE

PP MEMORIZAÇÃO — AS DUAS TRANSFORMAÇÕES DO CONDICIONAL

NE-MA-TROCA $\rightarrow$ equivalência: $p \rightarrow q \equiv$ **NE**ga o 1º, **MA**ntém o 2º, **TROCA** por $\vee$.

MA-NE-TROCA $\rightarrow$ negação: $\neg(p \rightarrow q) \equiv$ **MA**ntém o 1º, **NE**ga o 2º, **TROCA** por $\wedge$.

"NE-MA para equivaler, MA-NE para negar" — a ordem das duas primeiras sílabas é o que muda.

4.2 A contrapositiva e suas três impostoras

Dada a condicional $p \rightarrow q$, quatro formas circulam nas alternativas — só **uma** é equivalente:

Nome	Fórmula	Equivale a $p \rightarrow q$?	Por quê
Contrapositiva	$\neg q \rightarrow \neg p$	SIM	Mesma coluna final: V F V V.
Recíproca	$q \rightarrow p$	NÃO	Divergem na linha VF e na FV. Inverter sem negar não preserva o valor.
Inversa	$\neg p \rightarrow \neg q$	NÃO	Negar sem inverter também não preserva. (É equivalente à <i>recíproca</i> , não à original.)
Conjunção das negações	$\neg p \wedge \neg q$	NÃO	Nem é condicional. Distratora clássica — e não é a negação de $p \rightarrow q$, que é $p \wedge \neg q$ (Seção 05).

▲ PP PEGADINHA — INVERTER OU NEGAR NÃO BASTA: TEM QUE FAZER OS DOIS

Original: "Se é servidor, então tem matrícula."

Errado: "Se tem matrícula, então é servidor." (recíproca — só inverteu) · **Errado:** "Se não é servidor, então não tem matrícula." (inversa — só negou)

Certo: "Se **não tem matrícula**, então **não é servidor**." (contrapositiva — inverteu e negou)

◎ PP CAI MUITO — CADEIA DE CONTRAPOSITIVAS

- Item dá "Se A então B" e "Se B então C" e pergunta sobre "Se não C então não A".
- Encadeando: $A \rightarrow B \rightarrow C$, logo $A \rightarrow C$ (silogismo hipotético). A contrapositiva de $A \rightarrow C$ é $\neg C \rightarrow \neg A$. **Verdadeira.**
- A armadilha é oferecer " $\neg A \rightarrow \neg C$ " — inversa, **não** equivalente.

4.3 As leis auxiliares

LEI	ENUNCIADO
Comutativa	$p \wedge q \equiv q \wedge p$ · $p \vee q \equiv q \vee p$ · $p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$ Não vale para $\rightarrow$: $p \rightarrow q$ não equivale a $q \rightarrow p$.
Associativa	$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$ · idem para $\vee$.
Distributiva	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
Idempotente	$p \wedge p \equiv p$ · $p \vee p \equiv p$
Absorção	$p \wedge (p \vee q) \equiv p$ · $p \vee (p \wedge q) \equiv p$
Identidade	$p \wedge V \equiv p$ · $p \vee F \equiv p$ · $p \wedge F \equiv F$ · $p \vee V \equiv V$
Exportação	$(p \wedge q) \rightarrow r \equiv p \rightarrow (q \rightarrow r)$

★ PP DICA — QUANDO A ALTERNATIVA É ESTRANHA, TESTE UMA LINHA SÓ

Não monte a tabela inteira para descartar alternativa. **Procure a linha em que elas divergem.** Para separar $p \rightarrow q$ da recíproca $q \rightarrow p$, use $p = V, q = F$: a original dá **F**, a recíproca dá **V**. Uma linha basta para eliminar.

Regra: um único contraexemplo derruba a equivalência. Só a coincidência em **todas** as linhas a confirma.

EXEMPLO PRÁTICO

Simplifique: $\neg(p \rightarrow \neg q)$.

Aplique a negação do condicional (mantém o 1º, nega o 2º, vira $\wedge$): $p \wedge \neg(\neg q)$. Pela dupla negação, $p \wedge q$.

Leitura: negar "se p então não q" é afirmar "p e q ao mesmo tempo".

PALAVRAS-CHAVE DA BANCA

logicamente equivalente

mesma tabela-verdade

contrapositiva

recíproca

inversa

Leis de De Morgan

dupla negação

distributiva

exportação

bicondicional é tautologia

é equivalente a

tem o mesmo valor lógico que

PP QUESTÃO

ESTILO FCC · MÚLTIPLA ESCOLHA

Uma proposição logicamente equivalente a "Se o servidor cumpriu o estágio probatório, então adquiriu estabilidade" é:

- a) Se o servidor adquiriu estabilidade, então cumpriu o estágio probatório.
- b) Se o servidor não cumpriu o estágio probatório, então não adquiriu estabilidade.
- c) O servidor cumpriu o estágio probatório e não adquiriu estabilidade.
- d) O servidor não cumpriu o estágio probatório ou adquiriu estabilidade.
- e) O servidor não cumpriu o estágio probatório e não adquiriu estabilidade.

Gabarito: d. Aplicando $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$: nega o antecedente, mantém o consequente, troca por "ou". A alternativa (a) é a recíproca e (b) é a inversa — nenhuma equivale. A (c) é justamente a **negação** da proposição, não sua equivalente. A contrapositiva correta seria "se não adquiriu estabilidade, então não cumpriu o estágio", que não foi oferecida.

PP ACTIVE RECALL — TESTE-SE DE MEMÓRIA		CUBRA A COLUNA DA DIREITA E RESPONDA
? Critério formal de equivalência entre A e B?		$A \leftrightarrow B$ é tautologia (mesma coluna final)
? Contrapositiva de $p \rightarrow q$?		$\neg q \rightarrow \neg p$ (inverte E nega)
? $p \rightarrow q$ equivale a qual disjunção?		$\neg p \vee q$
? De Morgan para $\neg(p \vee q)$?		$\neg p \wedge \neg q$
? A recíproca $q \rightarrow p$ equivale à original?		não — diverge nas linhas VF e FV
? $\neg(p \leftrightarrow q)$ equivale a quê?		$p \nabla q$ (disjunção exclusiva)
? O condicional é comutativo?		não — só $\wedge$, $\vee$ e $\leftrightarrow$ são
? Quantos contraexemplos derrubam uma equivalência?		um só

SEÇÃO 05

Negações — a regra de cada conectivo

Negar uma proposição composta não é escrever "não é verdade que..." nem colocar "não" em todos os verbos. É aplicar a regra específica de cada conectivo. **Negar é encontrar a proposição com a coluna final exatamente invertida.**

● PP DECORE — A TABELA MESTRA DAS NEGAÇÕES

$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q \rightarrow$ nega as duas, **troca $\wedge$ por $\vee$**
 $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q \rightarrow$ nega as duas, **troca $\vee$ por $\wedge$**
 $\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q \rightarrow$ **mantém** o 1º, nega o 2º, vira $\wedge$
 $\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \vee q \rightarrow$ vira disjunção exclusiva
 $\neg(p \vee q) \equiv p \leftrightarrow q \rightarrow$ vira bicondicional
 $\neg\neg p \equiv p$

5.1 A negação do condicional

Esta é a negação em que a intuição atrapalha: o instinto manda negar o consequente e manter a estrutura condicional — e as duas coisas estão erradas.

O QUE A INTUIÇÃO SUGERE	O QUE A LÓGICA EXIGE
"Se chover, então a rua molha."	Só há uma forma de a condicional ser falsa: V $\rightarrow$ F .
Negação intuitiva (e errada): "Se chover, então a rua não molha."	Negação correta: "Choveu e a rua não molhou."
Isso é outra condicional , não a negação.	Fórmula: $p \wedge \neg q$. Vira conjunção .

★ PP DICA — POR QUE A NEGAÇÃO DO "SE" VIRA "E"

A condicional promete: "não vai acontecer de p ocorrer sem q ocorrer". Para **quebrar** essa promessa, basta exibir **um caso** em que p ocorreu e q não ocorreu.

Negar uma promessa é **apresentar o flagrante** — e flagrante é conjunção: aconteceu isto **e** não aconteceu aquilo.

Nunca a negação de um "se... então" começa com "se".

5.2 Negação dos quantificadores

PROPOSIÇÃO	NEGAÇÃO CORRETA	ERRO CLÁSSICO
Todo A é B	Alguns A não são B (= "existe pelo menos um A que não é B")	"Nenhum A é B" — negação forte demais

PROPOSIÇÃO	NEGAÇÃO CORRETA	ERRO CLÁSSICO
Nenhum A é B	Algum A é B (= "existe pelo menos um A que é B")	"Todo A é B" — negação forte demais
Algum A é B	Nenhum A é B	"Algum A não é B" — as duas podem ser V juntas
Algum A não é B	Todo A é B	"Nenhum A é B"

TA-NE

PP MEMORIZAÇÃO — AS DUPLAS DE NEGAÇÃO DOS QUANTIFICADORES

TODO ↔ negação ↔ **ALGUM... NÃO**

NENHUM ↔ negação ↔ **ALGUM**

"TA-NE": **T**odo troca com **A**lgum-não; **N**enhum troca com **A**lgum. Universal sempre vira particular — e vice-versa.

▲ PP PEGADINHA — NEGAR "TODO" NÃO É DIZER "NENHUM"

Proposição: "Todos os candidatos foram aprovados."

Errado: "Nenhum candidato foi aprovado." — isso afirma **muito mais** do que a negação exige.

Certo: "**Pelo menos um** candidato não foi aprovado." Basta um contraexemplo para derrubar um universal. Se 99 de 100 passaram, o "todos" já é falso — e "nenhum" continua falso também. Duas proposições falsas ao mesmo tempo provam que uma não é negação da outra.

5.3 Negação de fórmulas encadeadas

A regra de ouro: **distribua a negação a partir do conectivo principal**, e vá descendo. Nos dois exemplos abaixo o $\neg$ já está aplicado — o trabalho é **levá-lo para dentro** até sobraarem apenas negações de proposições simples.

EXEMPLO PRÁTICO — PASSO A PASSO

Simplifique: $\neg(p \wedge q \rightarrow r)$

1. Dentro do parêntese, o conectivo principal é o $\rightarrow$ (menor precedência). Regra: mantém o 1º, nega o 2º, vira $\wedge$.

$\rightarrow (p \wedge q) \wedge \neg r$

2. Sem mais negações a distribuir. Resultado final: $p \wedge q \wedge \neg r$.

Leitura: "p ocorreu, q ocorreu e r não ocorreu."

EXEMPLO PRÁTICO — COM DE MORGAN ENCADEADO

Simplifique: $\neg(p \vee (q \wedge r))$

1. Dentro do parêntese, o principal é o $\vee \rightarrow$ De Morgan: $\neg p \wedge \neg(q \wedge r)$

2. Agora resolva $\neg(q \wedge r) \rightarrow$ De Morgan de novo: $\neg q \vee \neg r$

3. Resultado: $\neg p \wedge (\neg q \vee \neg r)$

Cuidado com os parênteses no passo 3 — sem eles a precedência muda a fórmula.

⊙ PP CAI MUITO — NEGAR FRASES COM "E"/"OU" EM LINGUAGEM NATURAL

- > "Ana estuda **e** trabalha" → negação: "Ana **não** estuda **ou não** trabalha".
- > "Ana estuda **ou** trabalha" → negação: "Ana **não** estuda **e não** trabalha" (= "Ana não estuda nem trabalha").
- > "Ana estuda **mas** não trabalha" → é $\wedge$: negação é "Ana não estuda **ou** trabalha".

◆ ATENÇÃO — "NÃO É VERDADE QUE" É APENAS O $\neg$ ESCRITO POR EXTENSO

Quando a alternativa traz "**Não é verdade que** Ana estuda e trabalha", ela ainda **não aplicou** a regra — apenas colocou o $\neg$ na frente. Está tecnicamente correta, mas em geral a banca pede a forma **desenvolvida**. Se houver duas alternativas corretas (uma com "não é verdade que" e outra desenvolvida), leia o comando: normalmente ele pede a proposição "logicamente equivalente à negação", o que admite as duas — nesse caso, alguma das duas tem erro de detalhe. Confira conectivo por conectivo.

PALAVRAS-CHAVE DA BANCA

negação da proposição

não é verdade que

Leis de De Morgan

pelo menos um

ao menos um

existe um que não

nem... nem...

a negação lógica de

contraexemplo

todo $\times$ algum não

nenhum $\times$ algum

PP QUESTÃO

ESTILO CEBRASPE · CERTO/ERRADO

Considere a proposição: "Se o processo for autuado, então o prazo começará a correr." Julgue o item: a negação dessa proposição é "Se o processo não for autuado, então o prazo não começará a correr".

() Certo

() Errado

Gabarito: Errado. A sentença apresentada é a **inversa** ($\neg p \rightarrow \neg q$), que não é negação nem equivalente. A negação de $p \rightarrow q$ é **$p \wedge \neg q$** : "O processo foi autuado **e** o prazo não começou a correr". Sinal de alerta imediato: **a negação de um condicional nunca é um condicional** — se a alternativa começa com "se", já está errada.

PP ACTIVE RECALL — TESTE-SE DE MEMÓRIA		CUBRA A COLUNA DA DIREITA E RESPONDA
? $\neg(p \rightarrow q)$ é igual a quê?		$p \wedge \neg q$ — mantém o 1º, nega o 2º, vira "e"
? A negação de um condicional pode ser um condicional?		nunca — é sempre conjunção
? Negação de "Todo A é B"?		algum A não é B (pelo menos um)
? Negação de "Algum A é B"?		nenhum A é B
? $\neg(p \wedge q)$		$\neg p \vee \neg q$
? $\neg(p \leftrightarrow q)$		$p \nabla q$
? Qual conectivo se nega primeiro numa fórmula longa?		o principal (menor precedência)
? "Não estuda nem trabalha" é a negação de quê?		"estuda ou trabalha"

SEÇÃO 06

Condicional: condição necessária e suficiente

Este é o vocabulário que a banca usa para reescrever a condicional sem usar "se... então". Quem não domina o par **necessária** x **suficiente** perde questões que já sabia resolver — porque não reconhece a fórmula por trás da frase.

6.1 A regra única

● PP DECORE — A POSIÇÃO DEFINE O PAPEL

Em $p \rightarrow q$:

p (antecedente) é condição **SUFICIENTE** para **q**.

q (consequente) é condição **NECESSÁRIA** para **p**.

Regra de bolso: quem vem **antes** da seta é **suficiente**; quem vem **depois** é **necessário**.

SAND

PP MEMORIZAÇÃO — SA-ND

Suficiente = **A**ntecedente (vem antes)

Necessário = **D**e depois (vem depois da seta)

"**SAND**" — **S**uficiente **A**ntes, **N**ecessário **D**e depois.

6.2 Por que "necessário" e "suficiente" significam isso

SUFICIENTE — BASTA ACONTECER

"Ser aprovado **dentro do número de vagas** é **suficiente** para ter direito subjetivo à nomeação."

Se ocorreu, **garante** o outro. Mas o outro pode ocorrer por caminho diferente — suficiente não é a única via.

NECESSÁRIO — SEM ELE, NÃO ROLA

"Ter idade mínima é **necessário** para tomar posse."

Se **faltou**, o outro **não ocorre**. Mas ter idade sozinho não garante posse — necessário não basta.

★ PP DICA — O TESTE DA TRADUÇÃO EM DUAS ETAPAS

Diante de "**X é condição necessária para Y**", faça:

1. Pergunte: quem é necessário? → **X**.

2. O necessário vai **depois** da seta. → **$Y \rightarrow X$** .

Diante de "**X é condição suficiente para Y**":

1. Quem é suficiente? → **X**. 2. Suficiente vai **antes**. → **$X \rightarrow Y$** .

Traduzir os dois casos como $X \rightarrow Y$ é o descuido que a alternativa distratora explora. Só o suficiente fica antes.

6.3 O dicionário completo das traduções

FRASE DA PROVA	FÓRMULA	OBSERVAÇÃO
Se p, então q	$p \rightarrow q$	Forma padrão.
q, se p	$p \rightarrow q$	O "se" marca o antecedente onde quer que esteja.
p somente se q	$p \rightarrow q$	"Somente se" marca o consequente.
Quando p, q · Sempre que p, q · Toda vez que p, q	$p \rightarrow q$	Sinônimos de "se".
Caso p, q · Desde que p, q	$p \rightarrow q$	Sinônimos de "se".
p é condição suficiente para q	$p \rightarrow q$	Suficiente antes.
p é condição necessária para q	$q \rightarrow p$	Inverte. Necessário depois.
p é condição necessária e suficiente para q	$p \leftrightarrow q$	Bicondicional.
p, a menos que q · p, salvo se q	$\neg q \rightarrow p$	Equivale também a $q \vee p$.
Todo p é q	$p \rightarrow q$	Universal afirmativa vira condicional.
Nenhum p é q	$p \rightarrow \neg q$	Universal negativa.
Só p é q · Somente p é q	$q \rightarrow p$	Inverte. "Só quem é servidor tem matrícula" = tem matrícula $\rightarrow$ é servidor.

▲ PP PEGADINHA — "SE" × "SOMENTE SE"

Errado: ler "A somente se B" como "se B então A" — isto é, confundi-la com "A se B". **Certo:** "A se B" = $B \rightarrow A$. **"A somente se B"** = $A \rightarrow B$. São **opostas** em direção.

Memorize pelo exemplo: "Você toma posse **somente se** for aprovado" — tomou posse, logo foi aprovado (posse $\rightarrow$ aprovação). Já "Você toma posse **se** for aprovado" prometeria posse a todo aprovado (aprovação $\rightarrow$ posse), o que é outra coisa.

◎ PP CAI MUITO — O "A MENOS QUE"

- > "Irei à prova, a menos que chova" $\rightarrow \neg \text{chove} \rightarrow \text{vou}$. Equivale a "**chove v vou**".
- > Contrapositiva: "se não fui à prova, então choveu".
- > **Erro comum:** ler como bicondicional. "A menos que" **não** promete que, se chover, você *não* vai. Ele só garante o caso em que não chove.

6.4 O que se pode e o que não se pode concluir

Dada $p \rightarrow q$ como verdadeira, das quatro informações possíveis apenas duas geram conclusão:

VOCÊ SABE QUE...	CONCLUI	NOME / STATUS
p é V	q é V	Modus ponens — válido.
q é F	p é F	Modus tollens — válido.
q é V	nada	Afirmção do consequente — falácia . p pode ser V ou F.
p é F	nada	Negação do antecedente — falácia . q pode ser V ou F.

EXEMPLO PRÁTICO

"Se é dia útil, o órgão abre." (dia útil → abre)

Hoje é dia útil → conclui-se que o órgão abre. **Válido.**

O órgão não abriu → conclui-se que não é dia útil. **Válido.**

O órgão abriu → **nada se conclui**. Pode ser sábado de plantão.

Não é dia útil → **nada se conclui**. Pode abrir mesmo assim.

PALAVRAS-CHAVE DA BANCA

condição necessária

condição suficiente

necessária e suficiente

somente se

a menos que

salvo se

desde que

sempre que

antecedente

consequente

modus ponens

modus tollens

PP QUESTÃO

ESTILO FCC · MÚLTIPLA ESCOLHA

"A publicação no Diário Oficial é condição necessária para a validade do ato." Essa afirmação equivale logicamente a:

- Se houve publicação no Diário Oficial, então o ato é válido.
- Se o ato é válido, então houve publicação no Diário Oficial.
- Se não houve publicação no Diário Oficial, então o ato é válido.
- O ato é válido e houve publicação no Diário Oficial.
- Houve publicação no Diário Oficial se e somente se o ato é válido.

Gabarito: b. O **necessário** vai **depois** da seta. Necessário = publicação; logo **validade** → **publicação**. A alternativa (a) inverte, tratando o necessário como suficiente — é o distrator principal. A (e) transforma em bicondicional, acrescentando a garantia inversa que o enunciado não deu.

PP ACTIVE RECALL — TESTE-SE DE MEMÓRIA	CUBRA A COLUNA DA DIREITA E RESPONDA
? Em $p \rightarrow q$, quem é suficiente e quem é necessário?	p suficiente (antes), q necessário (depois)
? "X é necessário para Y" vira que fórmula?	$Y \rightarrow X$
? "A somente se B" vira o quê?	$A \rightarrow B$
? "A se B" vira o quê?	$B \rightarrow A$
? "p, a menos que q" vira o quê?	$\neg q \rightarrow p$ (ou $q \vee p$)
? Sabendo $p \rightarrow q$ e que q é V, o que se conclui sobre p?	nada — afirmação do consequente é falácia
? Sabendo $p \rightarrow q$ e que q é F, o que se conclui?	p é F (modus tollens)
? "Só A é B" vira o quê?	$B \rightarrow A$ (inverte)

SEÇÃO 07

Argumentação: validade, falácias e tipos de raciocínio

Um **argumento** é um conjunto de proposições (as **premissas**) apresentado como fundamento de outra proposição (a **conclusão**). A pergunta da prova quase nunca é "a conclusão é verdadeira?" — é "**a conclusão decorre das premissas?**". São coisas diferentes, e confundi-las custa caro.

7.1 Validade não é verdade

● PP DECORE — A DEFINIÇÃO EXATA DE ARGUMENTO VÁLIDO

Um argumento é **VÁLIDO** quando é **impossível** ter **todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa**.

Repare no que a definição **não** diz:

- não diz que as premissas **são** verdadeiras;
- não diz que a conclusão **é** verdadeira;
- diz apenas que **essa combinação** (todas V + conclusão F) é impossível.

Validade é propriedade da **estrutura**, não do conteúdo.

★ ALERTA — TABELA QUE CIRCULA EM MATERIAL DE ESTUDO

Circula amplamente uma tabela do tipo "premissas V + conclusão V $\Rightarrow$ argumento válido". **Ela está errada**. A verdade da conclusão não diz nada sobre a validade: existem argumentos inválidos com premissas e conclusão verdadeiras por mera coincidência. A única linha que a definição proíbe é **premissas todas V + conclusão F**.

A própria banca já cobrou isso: em item do **CESPE** (atual Cebraspe) no concurso da **Polícia Federal, 2004**, a assertiva "*Se a conclusão é falsa, o argumento não é válido*" recebeu gabarito **ERRADO**.⁶ Um argumento pode ser válido com conclusão falsa — basta que alguma premissa seja falsa.

EXEMPLO PRÁTICO — VÁLIDO COM TUDO FALSO

P1: Todo peixe é mamífero. (falsa)

P2: Toda baleia é peixe. (falsa)

C: Toda baleia é mamífero. (verdadeira)

Argumento **válido**: a estrutura é impecável, ainda que as premissas sejam falsas.

⁶. Item de prova objetiva do Cebraspe, concurso da Polícia Federal, 2004, disciplina de Raciocínio Lógico. Gabarito oficial. Consultado em repositórios de questões de concurso. Acesso em: ago. 2026.

EXEMPLO PRÁTICO — INVÁLIDO COM TUDO VERDADEIRO

P1: Se chove, a rua fica molhada. (verdadeira)

P2: A rua está molhada. (verdadeira)

C: Choveu. (suponha que de fato choveu — verdadeira)

As três proposições são verdadeiras, e ainda assim o argumento é **inválido**: é afirmação do consequente. A conclusão ser verdadeira aqui é coincidência — a rua poderia estar molhada porque alguém lavou a calçada.

7.2 As formas válidas que a banca cobra

NOME	ESTRUTURA	LEITURA
Modus ponens afirmação do antecedente	$p \rightarrow q$ p $\therefore q$	Se p leva a q e p ocorreu, então q ocorreu.
Modus tollens negação do consequente	$p \rightarrow q$ $\neg q$ $\therefore \neg p$	Se p leva a q e q não ocorreu, então p não ocorreu.
Silogismo hipotético	$p \rightarrow q$ $q \rightarrow r$ $\therefore p \rightarrow r$	Encadeamento de condicionais. A "corrente".
Silogismo disjuntivo	$p \vee q$ $\neg p$ $\therefore q$	Se uma das duas ocorre e não foi a primeira, foi a segunda.
Dilema construtivo	$p \rightarrow q$ $r \rightarrow s$ $p \vee r$ $\therefore q \vee s$	Duas condicionais e a disjunção dos antecedentes.
Simplificação	$p \wedge q$ $\therefore p$	Da conjunção extrai-se cada parcela.
Adição	p $\therefore p \vee q$	De uma verdade decorre qualquer disjunção que a contenha.

7.3 As duas falácias formais

AFIRMAÇÃO DO CONSEQUENTE	NEGAÇÃO DO ANTECEDENTE
$p \rightarrow q$ q $\therefore p$ INVÁLIDO	$p \rightarrow q$ $\neg p$ $\therefore \neg q$ INVÁLIDO
Confunde a condicional com sua recíproca. q pode ter ocorrido por outra causa.	Confunde a condicional com sua inversa. q pode ocorrer sem p.

▲ PP PEGADINHA — AS DUAS FALÁCIAS PARECEM RACIOCÍNIO DE GENTE SÉRIA

Errado: "Se o servidor é estável, não pode ser demitido sem processo. Ele não é estável, logo pode ser demitido sem processo." (negação do antecedente) **Certo:** nada se conclui — a proteção pode vir de outra regra.

Regra visual: só há duas formas válidas com uma condicional — **afirmar o antecedente** ou **negar o consequente**. Afirmar o consequente e negar o antecedente são as duas falácias. Quatro combinações, duas certas, duas erradas.

AN-NC

PP MEMORIZAÇÃO — O QUE É PERMITIDO FAZER COM UMA CONDICIONAL

Afirmar o **A**ntecedente → válido (modus ponens)

Negar o **C**onsequente → válido (modus tollens)

"AA-NC": **A**firma na frente, **N**ega atrás. Qualquer outra combinação é falácia.

7.4 Como testar validade sem montar 16 linhas

★ PP DICA — O MÉTODO DA CONCLUSÃO FALSA (REDUÇÃO AO ABSURDO)

1. Suponha a **conclusão FALSA**.
2. Suponha **todas as premissas VERDADEIRAS**.
3. Propague os valores. Comece pelas premissas **mais restritivas** — proposições simples e conjunções, que só têm um jeito de ser V.
4. Se chegar a uma **contradição** (alguma letra precisando ser V e F ao mesmo tempo), a suposição é impossível → **argumento VÁLIDO**.
5. Se conseguir preencher tudo **sem contradição**, você achou o contraexemplo → **argumento INVÁLIDO**.

EXEMPLO PRÁTICO — O MÉTODO APLICADO

P1: $p \rightarrow q$ · **P2:** $q \rightarrow r$ · **C:** $p \rightarrow r$

1. Conclusão F → obriga **p = V** e **r = F**.

2. P1 = V com p = V → obriga **q = V**.

3. P2 = V com q = V → obriga **r = V**.

4. Mas o passo 1 fixou r = F. **Contradição**.

Conclusão: impossível ter premissas V e conclusão F → argumento **válido** (silogismo hipotético).

7.5 Dedução, indução e abdução

TIPO	MOVIMENTO	FORÇA DA CONCLUSÃO
Dedução	A conclusão já está contida nas premissas	Conclusão necessária : se as premissas forem verdadeiras, ela não pode ser falsa. Não amplia a informação. (O resumo "do geral para o particular" é o caso típico, não a definição: modus ponens vai de particular a particular.)
Indução	A conclusão vai além das premissas	Conclusão provável : amplia o conhecimento, mas pode ser falsa mesmo com todas as premissas verdadeiras. Caso típico: do particular para o geral.

TIPO	MOVIMENTO	FORÇA DA CONCLUSÃO
Abdução	Do efeito para a melhor explicação	Conclusão plausível : é a hipótese que melhor explica o observado. Também não garante verdade.
Analogia	De um particular para outro particular	Conclusão por semelhança entre casos. Não é demonstrativa.

♦ ATENÇÃO — "VÁLIDO" SÓ SE APLICA À DEDUÇÃO

As categorias **válido/inválido** pertencem ao raciocínio **dedutivo**. Argumentos indutivos e abduativos avaliam-se por **força** (forte/fraco, mais ou menos provável), não por validade. Chamar de "inválido" um argumento indutivo bem construído é impreciso — ele simplesmente não se propõe a ser dedutivo. A banca costuma cobrar essa distinção pedindo a **classificação do tipo de raciocínio**.

7.6 Mais dois testes de validade resolvidos

EXEMPLO PRÁTICO — ARGUMENTO INVÁLIDO

P1: $p \rightarrow q$ · **P2:** $\neg p$ · **C:** $\neg q$

1. Conclusão $F \rightarrow q = V$.
2. $P2 = V \rightarrow p = F$.
3. Teste P1: $(F \rightarrow V) = V \checkmark$. Premissa satisfeita.
4. Consegui premissas todas V e conclusão F, **sem contradição** → **argumento INVÁLIDO**. O contraexemplo é $p = F, q = V$. É a negação do antecedente.

EXEMPLO PRÁTICO — COM TRÊS PREMISSAS

P1: $p \vee q$ · **P2:** $p \rightarrow r$ · **P3:** $q \rightarrow r$ · **C:** r

1. Conclusão $F \rightarrow r = F$.
2. $P2 = V$ com $r = F \rightarrow$ obriga $p = F$ (senão seria $V \rightarrow F$).
3. $P3 = V$ com $r = F \rightarrow$ obriga $q = F$.
4. $P1 = (F \vee F) = F$ — mas P1 tinha de ser V. **Contradição** → **argumento VÁLIDO**. Essa forma tem nome: **prova por casos** (ou dilema construtivo simplificado).

★ PP DICA — POR ONDE COMEÇAR A PROPAGAR

Depois de fixar a conclusão como F, ataque nesta ordem:

1. Premissas que são **proposições simples** ou **negações simples** ($p, \neg q$) — valor imediato.
 2. Premissas em **conjunção** — só há um jeito de serem V: todas as parcelas V.
 3. **Condicionais** cujo consequente já ficou F — forcem o antecedente a ser F.
 4. Por último, **disjunções** — são as mais permissivas e por isso as menos informativas.
- Comece sempre pelo mais restritivo.** Assim as contradições aparecem cedo.

PALAVRAS-CHAVE DA BANCA

premissas conclusão argumento válido sofisma falácia modus ponens
 modus tollens silogismo hipotético silogismo disjuntivo afirmação do consequente
 negação do antecedente necessariamente verdadeira dedutivo indutivo

PP QUESTÃO

ESTILO CEBRASPE · CERTO/ERRADO

Julgue o item: um argumento cuja conclusão seja falsa é necessariamente um argumento inválido.

- () Certo
 () Errado

Gabarito: Errado. A validade proíbe apenas a combinação "todas as premissas V + conclusão F". Se **alguma premissa for falsa**, a conclusão pode ser falsa e o argumento continuar válido. Exemplo: "Todo réptil voa; toda cobra é réptil; logo, toda cobra voa" — estrutura válida (silogismo categórico, modo Barbara), conclusão falsa, porque a primeira premissa é falsa. Este é exatamente o teor do item cobrado no concurso da PF em 2004 (nota 3).

PP ACTIVE RECALL — TESTE-SE DE MEMÓRIA

CUBRA A COLUNA DA DIREITA E RESPONDA

? Definição de argumento válido?	impossível ter todas as premissas V e a conclusão F
? Argumento válido pode ter conclusão falsa?	sim — se alguma premissa for falsa
? Argumento com premissas e conclusão V é sempre válido?	não — pode ser coincidência (ex.: afirmação do consequente)
? Quais as duas falácias formais do condicional?	afirmação do consequente e negação do antecedente
? $p \vee q$ e $\neg p$ permitem concluir?	q — silogismo disjuntivo, válido
? Primeiro passo do método da conclusão falsa?	supor a conclusão F e todas as premissas V
? Chegou a contradição no teste: o que significa?	argumento válido
? "Válido/inválido" se aplica a qual tipo de raciocínio?	só ao dedutivo; indução se avalia por força

SEÇÃO 08

Proposições categóricas e diagramas lógicos

Proposições categóricas relacionam **conjuntos de coisas** — "todo", "nenhum", "algum". Aqui a ferramenta não é a tabela-verdade: é o **diagrama**. E a pergunta da banca é quase sempre a mesma: **o que decorre necessariamente** — e não o que é possível.

8.1 As quatro formas

TIPO	FORMA	QUANTIDADE / QUALIDADE	DIAGRAMA
A	Todo A é B	Universal afirmativa	Círculo A dentro de B.
E	Nenhum A é B	Universal negativa	Círculos separados , sem interseção.
I	Algum A é B	Particular afirmativa	Círculos com interseção não vazia .
O	Algum A não é B	Particular negativa	Parte de A fora de B.

● PP DECORE — O QUE "ALGUM" SIGNIFICA EM LÓGICA

Em lógica, **ALGUM** = **pelo menos um**. Nada mais.

- **Não** significa "alguns, mas não todos".
- **Não** exclui o caso em que *todos* satisfazem a condição.

Se todos os 100 candidatos foram aprovados, "algum candidato foi aprovado" é **VERDADEIRA**. A linguagem comum sugere o contrário; a lógica não.

8.2 Quadrado das oposições

RELAÇÃO	ENTRE QUAIS	O QUE SIGNIFICA
Contraditórias	$A \times O \cdot E \times I$	Uma é a negação da outra. Sempre têm valores opostos : uma V, a outra F, sem exceção.
Contrárias	$A \times E$	Não podem ser ambas V, mas podem ser ambas F .
Subcontrárias	$I \times O$	Não podem ser ambas F, mas podem ser ambas V .
Subalternas	$A \rightarrow I \cdot E \rightarrow O$	Da universal decorre a particular correspondente (na leitura tradicional, que pressupõe conjunto não vazio). O caminho inverso não vale.

EXEMPLO PRÁTICO — CONTRÁRIAS AMBAS FALSAS

Num grupo em que 3 pessoas usam óculos e 7 não usam:

"Todos usam óculos" → **F** · "Nenhum usa óculos" → **F**

As duas falsas ao mesmo tempo. Prova de que "nenhum" **não** é a negação de "todo".

Já "algum não usa óculos" (contraditória de "todos usam") é **V**, como tem de ser.

8.3 Conversão: quando dá para inverter os termos

PROPOSIÇÃO	CONVERSÃO SIMPLES	VALE?
Nenhum A é B	Nenhum B é A	SIM — separação é simétrica.
Algum A é B	Algum B é A	SIM — interseção é simétrica.
Todo A é B	Todo B é A	NÃO — estar dentro não é recíproco.
Algum A não é B	Algum B não é A	NÃO — o "sobra fora" de um lado não implica o do outro.

▲ PP PEGADINHA — "TODO" NÃO CONVERTE

Errado: "Todo procurador é bacharel em Direito, logo todo bacharel em Direito é procurador." **Certo:** de "Todo A é B" o máximo que se extrai é "**algum B é A**" (conversão por limitação). O conjunto maior nunca cabe dentro do menor.

8.4 O método dos diagramas em três regras**★ PP DICA — COMO DESENHAR SEM ERRO**

Regra 1 — universais primeiro. Desenhe "todo" e "nenhum" antes de "algum": eles fixam a estrutura.

Regra 2 — o "algum" vira um X. Marque um **X** na região onde o elemento tem de estar. Se houver mais de uma região possível, o X fica **na fronteira** — sinal de que não se pode concluir nada sobre aquela divisão.

Regra 3 — o teste da conclusão. Tente desenhar um cenário em que **todas as premissas valem** mas a **conclusão falha**. Se conseguir, o argumento é inválido. Se for impossível, é válido.

◎ PP CAI MUITO — SILOGISMOS CATEGÓRICOS E O ERRO DO "ALGUM"

- > **Válido:** "Todo A é B" + "Todo B é C" ⇒ "Todo A é C". Encadeamento de universais.
- > **Válido:** "Todo A é B" + "Algum A é C" ⇒ "Algum C é B".
- > **INVÁLIDO:** "Algum A é B" + "Algum B é C" ⇒ "Algum A é C". **Dois particulares nunca sustentam conclusão.** Os dois "alguns" podem ser pessoas diferentes.
- > **INVÁLIDO:** "Todo A é B" + "Algum B é C" ⇒ "Algum A é C". O C pode estar na parte de B que não é A.

EXEMPLO PRÁTICO — POR QUE DOIS "ALGUNS" NÃO FECHAM

P1: Alguns médicos são professores. **P2:** Alguns professores são atletas.

Contraexemplo: os médicos-professores dão aula de manhã; os professores-atletas são outras pessoas, que nunca estudaram medicina. Premissas verdadeiras, conclusão "algum médico é atleta" **falsa**.

Argumento inválido.

♦ ATENÇÃO — "PODE SER" NUNCA É RESPOSTA DE ITEM DE VALIDADE

Quando a banca pergunta "o que **necessariamente** se conclui" ou "qual conclusão é **verdadeira**", ela quer o que vale em **todos** os desenhos possíveis. Alternativa que só vale em **um** desenho está errada.

Procedimento: desenhe pelo menos **dois** cenários compatíveis com as premissas. O que sobreviver aos dois é a resposta.

PALAVRAS-CHAVE DA BANCA

todo nenhum algum pelo menos um universal afirmativa particular negativa
contraditórias contrárias subcontrárias diagrama de Euler necessariamente verdadeira
conclusão que decorre

PP QUESTÃO

ESTILO FGV · MÚLTIPLA ESCOLHA

Considere verdadeiras as premissas: "Todo auditor é servidor" e "Algum servidor é aposentado". É necessariamente verdadeiro que:

- a) algum auditor é aposentado.
- b) nenhum auditor é aposentado.
- c) algum aposentado é servidor.
- d) todo servidor é auditor.
- e) algum auditor não é servidor.

Gabarito: c. "Algum servidor é aposentado" converte simplesmente: **algum aposentado é servidor**. As alternativas (a) e (b) afirmam demais — o aposentado pode estar na parte de "servidor" que não é auditor, ou pode ser auditor; nenhum dos dois cenários é obrigatório. A (d) inverte um "todo", e a (e) contradiz a primeira premissa.

PP ACTIVE RECALL — TESTE-SE DE MEMÓRIA		CUBRA A COLUNA DA DIREITA E RESPONDA
? "Algum" em lógica significa o quê?		pelo menos um — inclusive todos
? Qual proposição é contraditória de "Todo A é B"?		algum A não é B
? "Todo A é B" e "Nenhum A é B" podem ser ambas falsas?		sim — são contrárias, não contraditórias
? "Nenhum A é B" converte para "Nenhum B é A"?		sim
? "Todo A é B" converte para "Todo B é A"?		não — no máximo "algum B é A"
? Duas premissas particulares ("algum") geram conclusão?		nunca
? O que desenhar primeiro no diagrama?		as universais (todo/nenhum)
? Como provar que a conclusão não decorre?		achar um desenho com premissas V e conclusão F

SEÇÃO 09

Quantificadores e lógica de primeira ordem

A lógica proposicional trata a frase como um bloco. A **lógica de primeira ordem** abre o bloco: separa o **sujeito** do **predicado** e permite falar de "todos" e "existe" com precisão simbólica. É o que permite tratar sentenças abertas como proposições.

9.1 Os dois quantificadores

SÍMBOLO	NOME	LÊ-SE	TIPO
$\forall$	Quantificador universal	"para todo", "qualquer que seja", "todo"	Afirma sobre todos os elementos do universo.
$\exists$	Quantificador existencial	"existe pelo menos um", "algum", "há"	Afirma que pelo menos um elemento satisfaz.

● PP DECORE — AS DUAS FORMAS CANÔNICAS

Todo A é B $\rightarrow \forall x (A(x) \rightarrow B(x))$ — universal casa com **condicional**

Algum A é B $\rightarrow \exists x (A(x) \wedge B(x))$ — existencial casa com **conjunção**

Nenhum A é B $\rightarrow \forall x (A(x) \rightarrow \neg B(x))$

Algum A não é B $\rightarrow \exists x (A(x) \wedge \neg B(x))$

$\forall \rightarrow$
 $\exists \wedge$

PP MEMORIZAÇÃO — CADA QUANTIFICADOR COM SEU CONECTIVO

$\forall$ anda com $\rightarrow$ (universal + condicional)

$\exists$ anda com $\wedge$ (existencial + conjunção)

"Todo é seta, algum é e" — trocar os conectivos desfigura a proposição; veja por quê no quadro seguinte.

▲ PP PEGADINHA — POR QUE $\forall$ NÃO VAI COM $\wedge$

Errado: "Todo servidor é concursado" como $\forall x (S(x) \wedge C(x))$. **Certo:** $\forall x (S(x) \rightarrow C(x))$.

A versão errada afirma que **tudo no universo** é servidor e concursado — inclusive cadeiras e planetas. A condicional restringe corretamente: se for servidor, *então* é concursado.

Pelo mesmo motivo, $\exists$ com $\rightarrow$ não funciona: $\exists x (S(x) \rightarrow C(x))$ fica verdadeira só por existir alguém que *não* é servidor.

9.2 Negação de fórmulas quantificadas

● PP DECORE — A REGRA DA TROCA

$\neg \forall x P(x) \equiv \exists x \neg P(x)$ — "nem todo" = "existe um que não"
 $\neg \exists x P(x) \equiv \forall x \neg P(x)$ — "não existe" = "todo não"

Procedimento: a negação **atravessa** o quantificador, **trocando** $\forall$ por $\exists$ (e vice-versa) e passando a negar o que vem depois.

EXEMPLO PRÁTICO — NEGAÇÃO PASSO A PASSO

Negar: $\forall x (A(x) \rightarrow B(x))$ ("todo A é B")

1. A negação atravessa o $\forall$, que vira $\exists$: $\exists x \neg(A(x) \rightarrow B(x))$
2. Negação do condicional (mantém o 1º, nega o 2º, vira $\wedge$): $\exists x (A(x) \wedge \neg B(x))$
3. Leitura: "**existe pelo menos um A que não é B**" — exatamente a negação categórica da Seção 05. As duas notações concordam.

9.3 Quantificadores múltiplos e a ordem

◆ ATENÇÃO — TROCAR A ORDEM MUDA O SENTIDO

$\forall x \exists y A(x,y)$ — "para cada x existe **algum** y" → o y pode ser **diferente** para cada x.
 $\exists y \forall x A(x,y)$ — "existe **um** y que serve para **todos** os x" → o y é o **mesmo** para todos.

"Todo processo tem um relator" (cada processo, o seu) é diferente de "Há um relator para todos os processos" (uma pessoa só).

$\exists \forall$ implica $\forall \exists$; a recíproca não vale.

◎ PP CAI MUITO — TRADUZIR DA SIMBOLOGIA PARA O PORTUGUÊS

- > $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow$ "todo P é Q" · "quem é P é Q" · "não há P que não seja Q".
- > $\exists x (P(x) \wedge \neg Q(x)) \rightarrow$ "algum P não é Q" · "nem todo P é Q" · "há P fora de Q".
- > $\neg \exists x P(x) \rightarrow$ "não existe P" · "nenhum é P" · "todo elemento não é P".
- > $\forall x \neg P(x) \rightarrow$ mesma coisa que a anterior. As duas convivem nas alternativas.

9.4 Variável livre e variável ligada

SITUAÇÃO	EXEMPLO	CONSEQUÊNCIA
Variável ligada	$\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$	Está sob o alcance de um quantificador. A fórmula é uma proposição : tem valor lógico definido.
Variável livre	$P(x) \rightarrow Q(x)$	Não há quantificador. É sentença aberta , não proposição — o valor depende de x (Seção 02).

★ PP DICA — O QUANTIFICADOR É O QUE TRANSFORMA SENTENÇA ABERTA EM PROPOSIÇÃO

"x é maior que 5" não é proposição. Mas:

- $\forall x \in \mathbb{N}, x > 5 \rightarrow$ proposição **falsa** ($x = 1$ derruba).
- $\exists x \in \mathbb{N}, x > 5 \rightarrow$ proposição **verdadeira** ($x = 6$ confirma).

A outra forma de fechar a sentença é **atribuir valor** à variável ("3 é maior que 5" $\rightarrow$ proposição falsa). São os dois únicos caminhos.

PALAVRAS-CHAVE DA BANCA

quantificador universal

quantificador existencial

para todo x

existe pelo menos um

qualquer que seja

sentença aberta

variável livre

variável ligada

predicado

nem todo

não existe

conjunto universo

PP QUESTÃO

ESTILO CEBRASPE · CERTO/ERRADO

Considere a proposição: "Todo candidato aprovado foi convocado", simbolizada por $\forall x (A(x) \rightarrow C(x))$. Julgue o item: a negação dessa proposição é corretamente simbolizada por $\forall x (A(x) \rightarrow \neg C(x))$.

() Certo

() Errado

Gabarito: Errado. A fórmula apresentada significa "**nenhum** aprovado foi convocado" — negação forte demais. A negação correta é $\exists x (A(x) \wedge \neg C(x))$: "existe pelo menos um aprovado que não foi convocado".

Dois erros num só item: não trocou $\forall$ por $\exists$ e manteve o conectivo $\rightarrow$ onde deveria entrar $\wedge$.

PP ACTIVE RECALL — TESTE-SE DE MEMÓRIA

CUBRA A COLUNA DA DIREITA E RESPONDA

? "Todo A é B" em primeira ordem?	$\forall x (A(x) \rightarrow B(x))$
? "Algum A é B" em primeira ordem?	$\exists x (A(x) \wedge B(x))$
? Qual conectivo anda com $\forall$ e qual com $\exists$?	$\forall$ com $\rightarrow$, $\exists$ com $\wedge$
? $\neg \forall x P(x)$ equivale a quê?	$\exists x \neg P(x)$
? $\neg \exists x P(x)$ equivale a quê?	$\forall x \neg P(x)$
? $\forall x \exists y$ e $\exists y \forall x$ dizem a mesma coisa?	não — $\exists \forall$ implica $\forall \exists$, nunca o contrário
? Fórmula com variável livre é proposição?	não — é sentença aberta

SEÇÃO 10

Verdades, mentiras e associação lógica

São as questões "de enigma": um grupo de pessoas, declarações contraditórias, e a tarefa de descobrir quem fala a verdade — ou quem mora onde, com qual profissão. Não há fórmula: há **método**. E o método é sempre eliminar cenários.

10.1 Problemas de verdades e mentiras

● PP DECORE — O ROTEIRO EM QUATRO PASSOS

1. Localize **declarações contraditórias** entre si: se A diz "X é o culpado" e B diz "X não é o culpado", **uma é V e a outra é F, necessariamente**. Isso já fixa parte do quadro.
2. Se o enunciado diz "apenas um mente", use a contradição para localizar onde está o mentiroso — e conclua que **todos os outros falam a verdade**.
3. Não achou contradição? Faça **hipótese**: suponha que a 1ª declaração é verdadeira e desenvolva até o fim.
4. Chegou a contradição → a hipótese era falsa; **teste a próxima**. Percorreu tudo sem contradição → achou a solução.

EXEMPLO PRÁTICO — O PAR CONTRADITÓRIO

Três suspeitos, e sabe-se que **exatamente um mente**:

Ana: "Foi o Bruno." **Bruno:** "Não fui eu." **Carla:** "Foi a Ana."

1. Ana e Bruno se **contradizem** ("foi o Bruno" × "não fui eu"): uma dessas duas falas é necessariamente falsa. Como há **um único** mentiroso, ele está nesse par.
 2. Logo **Carla fala a verdade** — e a fala dela já entrega a resposta: **a culpada é Ana**.
 3. Conferência: sendo Ana a culpada, "Foi o Bruno" é falso (Ana é a mentirosa) e "Não fui eu" é verdadeiro. Exatamente um mentiroso ✓, exatamente um culpado ✓.
- O padrão a guardar:** ache o par contraditório, conclua que **quem está fora dele fala a verdade** e leia a resposta na fala dessa pessoa.

★ PP DICA — COMECE PELA HIPÓTESE QUE GERA MAIS CONSEQUÊNCIAS

Nem toda hipótese rende igual. Prefira testar a declaração que:

- **menção mais pessoas** (cada nome citado vira uma restrição);
- **afirma algo específico** ("foi o Bruno") em vez de genérico ("alguém aqui mente");
- **aparece repetida** em outra fala.

Não se prenda à ordem em que as falas aparecem — a primeira nem sempre é a mais informativa.

▲ PP PEGADINHA — "PELO MENOS UM MENTE" ≠ "APENAS UM MENTE"

Errado: tratar "**pelo menos um** dos três mente" como se fixasse o número de mentirosos em um.

Certo: "pelo menos um" admite dois ou três mentirosos. Só "**exatamente um**", "**apenas um**" ou "**somente um**" fecham o número. Leia essa palavra **antes** de qualquer conta — ela determina quantos cenários você precisa testar.

10.2 Associação lógica (problemas de tabela)

Enunciado típico: três pessoas, três profissões, três cidades — e pistas que ligam ou separam. A ferramenta é a **tabela de dupla entrada**.

● PP DECORE — O MÉTODO DA TABELA

1. Monte uma tabela para cada par de categorias (pessoa × profissão, pessoa × cidade, profissão × cidade).
2. Marque **X** onde a pista **proíbe** e **✓** onde a pista **afirma**.
3. Regra de fechamento: cada linha e cada coluna têm **exatamente um** ✓. Colocou um ✓ → todo o resto da linha e da coluna vira X.
4. Regra do último restante: sobrou **uma única** célula sem X numa linha ou coluna → ela é ✓.
5. Propague entre as tabelas: se Ana é médica e a médica mora em Recife, então Ana mora em Recife.

◎ PP CAI MUITO — COMO TRADUZIR AS PISTAS

- > "**Ana não é a médica**" → X direto na célula.
- > "**O médico mora em Recife**" → ✓ na tabela profissão × cidade.
- > "**Ana e a médica foram ao cinema juntas**" → Ana **não** é a médica (são pessoas distintas). Pista disfarçada.
- > "**Ana é mais velha que o engenheiro**" → Ana não é a engenheira, **e** o engenheiro não é o mais velho.
- > "**Nem Ana nem Bruno moram em Recife**" → dois X de uma vez; se são três pessoas, **Carla mora em Recife**.

EXEMPLO PRÁTICO — QUANDO AS PISTAS NÃO FECHAM

Ana, Bruno e Carla são advogado, médico e engenheiro, não necessariamente nessa ordem.

(i) Ana não é médica. **(ii)** Bruno almoçou com o engenheiro. **(iii)** Carla não é advogada.

De **(ii)**: Bruno não é engenheiro. De **(iii)**: Carla não é advogada.

Restam para Bruno: advogado ou médico. Restam para Carla: médica ou engenheira. Restam para Ana: advogada ou engenheira (por **i**).

Se Ana fosse advogada, Bruno seria médico e Carla engenheira — **consistente**.

Se Ana fosse engenheira, Carla teria de ser médica e Bruno advogado — **também consistente** com (i), (ii) e (iii)?

Testando: (i) Ana não é médica ✓; (ii) Bruno não é engenheiro ✓; (iii) Carla não é advogada ✓. Os dois cenários passam.

Conclusão didática: com essas três pistas o problema **não tem solução única**. Numa prova bem construída sempre haverá pista suficiente — e se você chegar a dois cenários, **releia o enunciado**: alguma pista foi ignorada.

◆ ATENÇÃO — LEIA O QUE A PERGUNTA PEDE, NÃO O QUE VOCÊ DESCOBRIU

É comum resolver o quadro inteiro e marcar a alternativa errada por desatenção. Depois de fechar a tabela, **volte ao comando**: ele pode pedir a profissão de *uma* pessoa, a cidade de *outra*, ou qual afirmação é **necessariamente falsa**.

Hábito: sublinhe o que foi pedido **antes** de começar a montar a tabela.

PALAVRAS-CHAVE DA BANCA

exatamente um mente apenas um diz a verdade pelo menos um
 não necessariamente nessa ordem é correto afirmar necessariamente falsa
 declarações contraditórias associação

PP QUESTÃO

ESTILO FCC · MÚLTIPLA ESCOLHA

Em uma repartição, um documento foi extraviado por um entre três servidores: Dias, Elias ou Farias. Interrogados, declararam: **Dias** — "Não fui eu"; **Elias** — "Foi o Farias"; **Farias** — "O Elias está mentindo". Sabendo que **exatamente um** deles falou a verdade, quem extraviou o documento?

- a) Dias.
- b) Elias.
- c) Farias.
- d) Elias ou Farias, indistintamente.
- e) Não é possível determinar.

Gabarito: a. Elias e Farias se contradizem: **um deles fala a verdade**. Como só há um verdadeiro no total, **Dias mente** — logo "não fui eu" é falso, e **Dias é o culpado**. Verificação: sendo Dias o culpado, Elias ("foi o Farias") mente e Farias ("Elias está mentindo") fala a verdade. Exatamente um verdadeiro ✓.

PP ACTIVE RECALL — TESTE-SE DE MEMÓRIA

CUBRA A COLUNA DA DIREITA E RESPONDA

? Qual o primeiro passo num problema de verdades e mentiras?	procurar declarações contraditórias entre si
? Duas falas contraditórias: quantas são verdadeiras?	exatamente uma
? "Pelo menos um mente" fixa o número de mentirosos?	não — só "exatamente/apenas um" fixa
? Hipótese levou a contradição: o que isso prova?	a hipótese é falsa; teste a próxima
? "Bruno almoçou com o engenheiro" informa o quê?	Bruno não é o engenheiro
? Regra de fechamento da tabela de associação?	um ✓ por linha e por coluna; o resto vira X
? Qual declaração testar primeiro?	a que menciona mais pessoas / é mais específica

SEÇÃO 11

Conjuntos e diagramas de Venn

Aqui a lógica vira aritmética. A pergunta típica dá totais e interseções e pede "quantos praticam **apenas** um", "quantos praticam **pelo menos** dois". Toda a dificuldade está em uma palavra: **apenas**.

11.1 Operações e notação

OPERAÇÃO	SÍMBOLO	SIGNIFICADO
União	$A \cup B$	Elementos que estão em A ou em B (ou em ambos). Corresponde ao v .
Interseção	$A \cap B$	Elementos que estão em A e em B. Corresponde ao ∧ .
Diferença	$A - B$ (ou $A \setminus B$)	Estão em A e não estão em B. Corresponde a $A \wedge \neg B$.
Complementar	A^c ou $\bar{A}$	Tudo que está no universo e não está em A. Corresponde ao $\neg$.
Diferença simétrica	$A \Delta B$	Em A ou em B, mas não em ambos . Corresponde ao $\underline{\vee}$.
Contido	$A \subset B$	Todo elemento de A está em B. Corresponde a $A \rightarrow B$ e a "todo A é B".

★ PP DICA — CONJUNTOS E LÓGICA SÃO A MESMA COISA EM ROUPAS DIFERENTES

$\cup \leftrightarrow \vee$ · $\cap \leftrightarrow \wedge$ · complementar $\leftrightarrow \neg$ · $\subset \leftrightarrow \rightarrow$

Até **De Morgan** se repete: **$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$** e **$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$** .

Consequência prática: se você já domina a Seção 05, não precisa decorar nada aqui — só traduzir os símbolos.

11.2 Princípio da inclusão-exclusão

● PP DECORE — AS DUAS FÓRMULAS

Dois conjuntos:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Três conjuntos:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Lógica do sinal: soma tudo, tira o que foi contado duas vezes, devolve o que foi tirado demais. Alterna **−** e **+**.

11.3 A palavra que decide a questão: "apenas"

EXPRESSÃO DO ENUNCIADO	O QUE REPRESENTA NO DIAGRAMA
$n(A)$ — "praticam A"	Toda a região do círculo A, incluindo as interseções.
" apenas A " · " somente A " · " só A "	A região de A menos tudo que ela compartilha: $n(A) - n(A \cap B) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$.
"A e B"	A interseção inteira $n(A \cap B)$ — inclui quem também está em C.
" apenas A e B "	$n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C)$.
" pelo menos um "	A união $n(A \cup B \cup C)$.
" pelo menos dois "	Soma das três regiões de exatamente-dois + a região central.
" nenhum "	Total do universo — $n(A \cup B \cup C)$.

▲ PP PEGADINHA — "30 PRATICAM FUTEBOL" NÃO É "30 PRATICAM SÓ FUTEBOL"

Errado: colocar 30 na região exclusiva do círculo do futebol. **Certo:** o 30 é o **total do círculo**. A região exclusiva sai por subtração, depois de preenchidas as interseções.

Ordem de preenchimento que nunca falha: comece pelo **centro** (interseção tripla), depois as interseções duplas, e só então as regiões exclusivas. Sempre de dentro para fora.

EXEMPLO PRÁTICO — PREENCHENDO DE DENTRO PARA FORA

Numa turma de **50** alunos: **28** estudam inglês, **22** espanhol, **12** os dois idiomas.

1. Centro (os dois): **12**.

2. Apenas inglês: $28 - 12 = 16$. Apenas espanhol: $22 - 12 = 10$.

3. Pelo menos um idioma: $16 + 12 + 10 = 38$ (confere: $28 + 22 - 12 = 38$ ✓).

4. Nenhum idioma: $50 - 38 = 12$.

Note: "estudam inglês" = 28, mas "estudam **apenas** inglês" = 16. Trocar os dois é o erro que a alternativa espera.

◎ PP CAI MUITO — O ENUNCIADO COM TRÊS CONJUNTOS

- Dá os três totais, as três interseções duplas e a tripla → pede "apenas um" ou "exatamente dois".
- Dá a união e pede o total do universo (soma quem não está em nenhum).
- Diz "**x** praticam os três" e usa esse x como incógnita para montar equação.
- **Atenção redobrada:** algumas bancas escrevem "20 praticam **apenas** A e B" — já é a região limpa, **não** subtraia de novo.

◆ ATENÇÃO — A SOMA DE TODAS AS REGIÕES TEM DE BATER COM O UNIVERSO

Ao terminar, some **todas** as regiões preenchidas mais os que ficaram de fora. O resultado tem de ser **exatamente** o total dado no enunciado.

Se não bater, o erro quase sempre está em ter tratado um total de círculo como se fosse região exclusiva.

É a verificação mais barata da seção — e salva a questão.

PALAVRAS-CHAVE DA BANCA

apenas somente exatamente dois pelo menos um nenhum dos três união
interseção complementar conjunto universo $n(A \cup B)$ diagrama de Venn

PP QUESTÃO

ESTILO CESGRANRIO · MÚLTIPLA ESCOLHA

Em um órgão com 100 servidores, 45 falam inglês, 38 falam espanhol e 20 falam os dois idiomas. Quantos servidores **não falam nenhum** desses dois idiomas?

- a) 17.
- b) 25.
- c) 37.
- d) 43.
- e) 63.

Gabarito: c. Inclusão-exclusão: $n(I \cup E) = 45 + 38 - 20 = 63$ falam pelo menos um. Logo $100 - 63 = 37$ não falam nenhum. A alternativa (e) é a pegadinha: oferece o valor da *união* para quem parou no meio da conta. A (a) = 17 é de quem somou $45 + 38$ **sem descontar** a interseção. A (b) = 25 é $45 - 20$, ou seja, os que falam **apenas** inglês.

PP ACTIVE RECALL — TESTE-SE DE MEMÓRIA

CUBRA A COLUNA DA DIREITA E RESPONDA

? Fórmula da união de dois conjuntos?	$n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
? Sinal da interseção tripla na fórmula de três conjuntos?	positivo (+)
? "30 praticam A" é o total do círculo ou a região exclusiva?	o total do círculo
? Por onde começar a preencher o diagrama?	pelo centro (interseção tripla), de dentro para fora
? Como achar "nenhum dos três"?	$\text{universo} - n(A \cup B \cup C)$
? A qual conectivo lógico corresponde a interseção?	conjunção ($\wedge$)
? $(A \cup B)^c$ é igual a quê?	$A^c \cap B^c$ (De Morgan)
? Qual a verificação final obrigatória?	somar todas as regiões e bater com o total do universo

SEÇÃO 12

Análise combinatória

Toda a matéria se resolve com **uma** pergunta: **a ordem importa?** Se importa, é arranjo ou permutação. Se não importa, é combinação. O resto é aplicar a fórmula certa e não errar o fatorial.

12.1 O princípio fundamental da contagem

● PP DECORE — A BASE DE TUDO

Se uma decisão pode ser tomada de **m** maneiras e, **em seguida**, outra pode ser tomada de **n** maneiras, o total de sequências é **$m \times n$** .

"E" multiplica · "OU" soma.

Etapas **sucessivas** que se combinam para completar **uma** tarefa → **multiplique**.

Caminhos alternativos e **mutuamente exclusivos** → **some**.

EXEMPLO PRÁTICO

Senha de **4 dígitos distintos** (0 a 9): a 1ª posição tem 10 opções, a 2ª tem 9, a 3ª tem 8, a 4ª tem 7.
 $10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5.040$ senhas.

Se os dígitos **pudessem repetir**: $10^4 = 10.000$.

12.2 Arranjo, combinação e permutação

FERRAMENTA	FÓRMULA	ORDEM IMPORTA?	QUANDO USAR
Arranjo simples $A(n,p)$	$n! / (n - p)!$	SIM	Escolher p de n e ordená-los : pódio, cargos distintos, senhas.
Combinação simples $C(n,p)$	$n! / [p! (n - p)!]$	NÃO	Escolher p de n sem ordem : comissões, times, apertos de mão.
Permutação simples $P(n)$	$n!$	SIM	Ordenar todos os n elementos: filas, anagramas sem repetição.
Permutação com repetição	$n! / (a! \cdot b! \cdot \dots)$	SIM	Anagramas de palavras com letras repetidas.
Permutação circular	$(n - 1)!$	SIM	Pessoas em mesa redonda ou roda — só a posição relativa conta.

★ PP DICA — O TESTE DA TROCA

Pegue duas escolhas e **inverte**. Se o resultado for **diferente**, a ordem importa (arranjo). Se for o **mesmo**, não importa (combinação).

· **Presidente e vice**: Ana-presidente/Bruno-vice $\neq$ Bruno-presidente/Ana-vice $\rightarrow$ **arranjo**.

· **Comissão de dois**: {Ana, Bruno} = {Bruno, Ana} $\rightarrow$ **combinação**.

Sinais no enunciado: **cargos, posições, ordem, sequência, senha** $\rightarrow$ arranjo. **Grupo, comissão, equipe, escolher, dupla** $\rightarrow$ combinação.

EXEMPLO PRÁTICO — MESMA SITUAÇÃO, DUAS RESPOSTAS

De um grupo de **5** servidores:

· escolher **3 para uma comissão** $\rightarrow C(5,3) = 5!/(3! \cdot 2!) = 10$ maneiras.

· escolher **3 para presidente, secretário e tesoureiro** $\rightarrow A(5,3) = 5!/2! = 60$ maneiras.

A razão entre elas é exatamente $3! = 6$: cada comissão de 3 pessoas pode ser ordenada de 6 formas.

12.3 Fatorial e propriedades de $C(n,p)$

FATO	VALOR / CONSEQUÊNCIA
0! e 1!	Ambos valem 1 . ($0! = 1$ é definição, não resultado de conta.)
Valores úteis	$3! = 6 \cdot 4! = 24 \cdot 5! = 120 \cdot 6! = 720 \cdot 7! = 5.040$
Simetria	$C(n,p) = C(n, n-p)$. Ex.: $C(10,7) = C(10,3) = 120$ — calcule sempre pelo menor.
Extremos	$C(n,0) = C(n,n) = 1 \cdot C(n,1) = n$
Simplificação	$n! = n \cdot (n-1)!$. Use para cortar fatoriais grandes: $10!/8! = 10 \times 9 = 90$.

▲ PP PEGADINHA — APERTO DE MÃO É COMBINAÇÃO, NÃO ARRANJO

Errado: 9 pessoas se cumprimentam $\rightarrow 9 \times 8 = 72$ apertos. **Certo**: o aperto entre Ana e Bruno é o **mesmo** aperto entre Bruno e Ana. $C(9,2) = (9 \times 8)/2 = 36$.

Mesma família de armadilha: diagonais de polígono, duplas de tênis, retas por pontos — todas **combinação**. Já "quem entrega o relatório a quem" é arranjo, porque a direção importa.

12.4 Anagramas

● PP DECORE — ANAGRAMA COM LETRAS REPETIDAS

Total de anagramas = **$n!$** dividido pelo **fatorial da quantidade de cada letra repetida**.

ARARA (5 letras: A $\times$ 3, R $\times$ 2) $\rightarrow 5! / (3! \cdot 2!) = 120 / 12 = 10$

BANANA (6 letras: A $\times$ 3, N $\times$ 2, B $\times$ 1) $\rightarrow 6! / (3! \cdot 2!) = 720 / 12 = 60$

CONCURSO (8 letras: C $\times$ 2, O $\times$ 2, demais $\times$ 1) $\rightarrow 8! / (2! \cdot 2!) = 40.320 / 4 = 10.080$

⊙ PP CAI MUITO — RESTRIÇÕES EM ANAGRAMAS E FILAS

- **Elementos que devem ficar juntos:** trate o bloco como **uma peça só**, permuta o conjunto e depois **multiplique** pelas permutações internas do bloco. Ex.: 5 pessoas com 2 juntas $\rightarrow 4! \times 2! = 48$.
- **Elementos que não podem ficar juntos:** calcule o **total** e **subtraia** os casos em que ficam juntos. Ex.: $5! - 48 = 120 - 48 = 72$.
- **Posição fixa** (começa por vogal, termina em consoante): fixe primeiro a posição obrigatória, depois permuta o resto.
- **Mesa redonda com n pessoas:** $(n - 1)!$. Para 6 pessoas: $5! = 120$.

◆ ATENÇÃO — "PELO MENOS" PEDE O COMPLEMENTAR

Quando o enunciado pede "**pelo menos um**", raramente vale somar caso a caso. Calcule o **total** e **subtraia** o caso em que **nenhum** ocorre.

Total – nenhum = pelo menos um. Essa manobra vale tanto aqui quanto em probabilidade (Seção 13).

12.5 Roteiro de resolução em quatro perguntas

● PP DECORE — O QUE PERGUNTAR ANTES DE ESCOLHER A FÓRMULA

1. Quantos elementos há no total (**n**) e quantos serão escolhidos (**p**)?
 2. **Pode repetir** elemento? (senha admite; comissão não)
 3. **A ordem importa?** (aplique o teste da troca)
 4. Há **restrição**? (alguém tem de entrar, alguém não pode, dois têm de ficar juntos)
- Só depois das quatro respostas escolha a fórmula.** Escolher antes é o que faz o candidato aplicar arranjo onde cabia combinação.

EXEMPLO PRÁTICO — RESTRIÇÃO DE INCLUSÃO OBRIGATÓRIA

De 8 servidores, formar comissão de 4, **sendo que Ana obrigatoriamente participa**.

Ana já está dentro: sobram **3 vagas** para **7 candidatos**.

$C(7,3) = 7!/(3! \cdot 4!) = 35$ comissões.

Não se calcula $C(8,4)$ e depois se divide por nada — a vaga de Ana simplesmente sai da conta.

EXEMPLO PRÁTICO — RESTRIÇÃO DE EXCLUSÃO

Mesmos 8 servidores, comissão de 4, mas **Bruno e Carla não podem ficar juntos**.

Total sem restrição: $C(8,4) = 70$.

Casos em que ficam juntos: os dois entram, sobram 2 vagas para 6 pessoas $\rightarrow C(6,2) = 15$.

Resposta: $70 - 15 = 55$.

Padrão: restrição negativa quase sempre se resolve por **total menos o proibido**.

EXEMPLO PRÁTICO — CONTAGEM POR CASOS ("OU" SOMA)

Comissão de 3 pessoas escolhida entre **4 homens e 5 mulheres**, com **pelo menos 2 mulheres**.

Caso A — exatamente 2 mulheres: $C(5,2) \times C(4,1) = 10 \times 4 = 40$.

Caso B — 3 mulheres: $C(5,3) = 10$.

Os casos são mutuamente exclusivos → **somam**: $40 + 10 = 50$.

Confirmação pelo complementar: total $C(9,3) = 84$; menos os casos com 0 ou 1 mulher: $C(4,3) = 4$ e $C(5,1) \times C(4,2) = 5 \times 6 = 30$. $84 - 4 - 30 = 50$ ✓.

PALAVRAS-CHAVE DA BANCA

de quantas maneiras

quantos são possíveis

distintos

a ordem é relevante

comissão

anagrama

mesa redonda

sem repetição

pelo menos um

necessariamente juntos

princípio multiplicativo

PP QUESTÃO

ESTILO FGV · MÚLTIPLA ESCOLHA

Uma comissão de 3 servidores será formada a partir de um grupo de 10 candidatos. Em seguida, entre os 3 escolhidos, será designado um coordenador. O número de resultados distintos possíveis é:

- a) 120.
- b) 240.
- c) 360.
- d) 720.
- e) 1.000.

Gabarito: c. Duas etapas que se multiplicam. **1ª** — escolher a comissão, sem ordem: $C(10,3) = 120$. **2ª** — escolher o coordenador entre os 3: 3 modos. Total: $120 \times 3 = 360$. A alternativa (a) é a armadilha de quem para na primeira etapa; a (d) corresponde a $A(10,3) = 720$, que ordena os **três** cargos (6 ordens por trio) em vez de nomear só o coordenador (3 escolhas por trio) — conta cada resultado **em dobro**.

PP ACTIVE RECALL — TESTE-SE DE MEMÓRIA

CUBRA A COLUNA DA DIREITA E RESPONDA

? Pergunta que decide entre arranjo e combinação?

a ordem importa?

? "E" e "OU" correspondem a que operações?

E multiplica, OU soma

? Fórmula de $C(n,p)$?

$n! / [p!(n-p)!]$

? Quanto vale $0!$?

1

? $C(9,2)$ — apertos de mão entre 9 pessoas?

36

? Anagramas de BANANA?

$6! / (3! \cdot 2!) = 60$

? Permutação circular de 6 pessoas?

$(6-1)! = 120$

? Como tratar elementos que devem ficar juntos?

bloco único, permuta o resto e multiplica pelo interno

? $C(10,7)$ vale o mesmo que qual?

$C(10,3) = 120$ (simetria)

SEÇÃO 13

Probabilidade

Probabilidade é combinatória com uma divisão no fim. Quem contou certo na Seção 12 acerta aqui — desde que saiba **quando somar, quando multiplicar e quando usar o complementar**.

13.1 Definição clássica

● PP DECORE — A FÓRMULA E SEUS LIMITES

$P(A)$ = casos favoráveis / casos possíveis

Vale apenas quando os resultados são **equiprováveis** (dado honesto, moeda não viciada, sorteio aleatório).

Consequências obrigatórias: $0 \leq P(A) \leq 1$; $P(\text{evento certo}) = 1$; $P(\text{evento impossível}) = 0$.

Se uma alternativa der resultado maior que 1 ou negativo, está errada por definição.

13.2 As quatro regras

REGRA	FÓRMULA	QUANDO
Complementar	$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$	Sempre. É o atalho do "pelo menos um".
União (soma)	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	Evento " A ou B ". Se forem mutuamente exclusivos , o último termo é zero.
Interseção (produto)	$P(A \cap B) = P(A) \times P(B A)$	Evento " A e B ". Se forem independentes , $P(B A) = P(B)$ e basta multiplicar.
Condicional	$P(B A) = P(A \cap B) / P(A)$	"Sabendo que A ocorreu, qual a chance de B?"

▲ PP PEGADINHA — MUTUAMENTE EXCLUSIVOS $\neq$ INDEPENDENTES

Errado: tratar os dois termos como sinônimos. **Certo:**

· **Mutuamente exclusivos** (excludentes): **não podem ocorrer juntos**. $P(A \cap B) = 0$. Ex.: sair cara e sair coroa no mesmo lançamento.

· **Independentes**: um **não afeta** a probabilidade do outro. $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$. Ex.: dois lançamentos seguidos de moeda.

São quase opostos: dois eventos excludentes com probabilidade não nula são, necessariamente, **dependentes** — se um ocorreu, o outro passou a ter chance zero.

★ PP DICA — "PELO MENOS UM" RESOLVE-SE PELO COMPLEMENTAR

$P(\text{pelo menos um}) = 1 - P(\text{nenhum})$

Lançando **3 moedas**, qual a probabilidade de sair **pelo menos uma cara**?

Somar caso a caso exige 3 contas. Pelo complementar: $P(\text{nenhuma cara}) = P(3 \text{ coroas}) = (1/2)^3 = 1/8$.

Logo $P(\text{pelo menos uma cara}) = 1 - 1/8 = 7/8 = 0,875 = 87,5\%$.

13.3 Com e sem reposição

COM REPOSIÇÃO

O elemento volta para o conjunto. O denominador **não muda** entre as retiradas — os eventos são **independentes**.

2 bolas de uma urna com 4 vermelhas e 6 azuis, ambas vermelhas:

$$(4/10) \times (4/10) = 16/100 = 0,16$$

SEM REPOSIÇÃO

O elemento não volta. Diminuem o numerador **e** o denominador — os eventos são **dependentes**.

Mesma urna, sem reposição:

$$(4/10) \times (3/9) = 12/90 = 2/15 \approx 0,133$$

⊙ PP CAI MUITO — OS CLÁSSICOS COM DADOS, MOEDAS E CARTAS

- **Dois dados, soma 7:** 6 casos favoráveis em 36 → $6/36 = 1/6$. É a soma mais provável.
- **Dois dados, soma 12:** só (6,6) → $1/36$.
- **Baralho de 52, tirar rei OU carta de copas:** $4 + 13 - 1 = 16/52 = 4/13$. O -1 é o rei de copas, contado duas vezes.
- **Três moedas, exatamente duas caras:** $C(3,2) = 3$ casos em 8 → $3/8$.
- **Uma carta, ser dama:** $4/52 = 1/13$.

13.4 Probabilidade condicional e a leitura do enunciado

EXEMPLO PRÁTICO — CONDICIONAL

Num órgão com **100** servidores: **60** são efetivos e, entre estes, **45** têm pós-graduação. No total, **70** têm pós-graduação.

$$P(\text{pós}) = 70/100 = 0,70.$$

$P(\text{pós} \mid \text{efetivo}) = 45/60 = 0,75$ — a informação "é efetivo" **reduz o universo** de 100 para 60.

Note: como $0,75 \neq 0,70$, os eventos **não são independentes**. Esse é justamente o teste de independência: $P(B|A) = P(B)$?

◆ ATENÇÃO — A EXPRESSÃO "SABENDO QUE" MUDA O DENOMINADOR

"Qual a probabilidade de a carta ser um rei?" → denominador **52**.

"**Sabendo que** a carta é uma figura, qual a probabilidade de ser um rei?" → o universo virou apenas as figuras (12), e a resposta é $4/12 = 1/3$.

Palavras que sinalizam condicional: "sabendo que", "dado que", "se ocorreu", "entre os que", "considerando apenas".

★ PP DICA — CONVERSÃO ENTRE FRAÇÃO, DECIMAL E PORCENTAGEM

As alternativas alternam os três formatos. Tenha os mais comuns na ponta da língua:

$$\begin{aligned} 1/2 &= 0,5 = 50\% \cdot 1/3 \approx 0,333 = 33,3\% \cdot 1/4 = 0,25 = 25\% \cdot 1/5 = 0,2 = 20\% \\ 1/6 &\approx 0,167 = 16,7\% \cdot 1/8 = 0,125 = 12,5\% \cdot 3/8 = 0,375 = 37,5\% \cdot 7/8 = 0,875 = 87,5\% \\ 1/13 &\approx 0,077 = 7,7\% \cdot 1/36 \approx 0,028 = 2,8\% \end{aligned}$$

13.5 Roteiro de resolução

● PP DECORE — CINCO PERGUNTAS ANTES DE CALCULAR

1. Qual é o **espaço amostral** (quantos resultados possíveis)?
2. O enunciado usa "**sabendo que**" / "**entre os que**"? → o denominador encolheu: é condicional.
3. É "**e**" (multiplica) ou "**ou**" (soma, descontando a interseção)?
4. Há **reposição**? Sem reposição, o denominador muda a cada retirada.
5. Aparece "**pelo menos**"? → vá pelo complementar: $1 - P(\text{nenhum})$.

EXEMPLO PRÁTICO — "E" EM DUAS ETAPAS, SEM REPOSIÇÃO

Urna com **5 bolas brancas e 3 pretas**. Retiram-se **duas**, sem reposição. Qual a probabilidade de **ambas serem brancas**?

1ª retirada: **5/8**. 2ª retirada (já saiu uma branca): **4/7**.

$$P = (5/8) \times (4/7) = 20/56 = \mathbf{5/14 \approx 0,357}.$$

Pela combinatória, mesmo resultado: $C(5,2)/C(8,2) = 10/28 = 5/14 \checkmark$. Os dois caminhos sempre concordam.

EXEMPLO PRÁTICO — "OU" COM INTERSEÇÃO

Uma carta de um baralho de 52. Probabilidade de ser **dama ou de espadas**?

$$P(\text{dama}) = 4/52 \cdot P(\text{espadas}) = 13/52 \cdot P(\text{dama de espadas}) = 1/52.$$

$$P = 4/52 + 13/52 - 1/52 = \mathbf{16/52 = 4/13 \approx 0,308}.$$

Esquecer o $-1/52$ leva a $17/52$ — resultado que serve de distrator natural.

EXEMPLO PRÁTICO — CONDICIONAL COM TABELA

Numa amostra de 200 candidatos: 120 fizeram curso preparatório, dos quais 90 foram aprovados. Dos 80 que não fizeram, 20 foram aprovados.

$$\mathbf{P(\text{aprovado})} = (90 + 20)/200 = 110/200 = \mathbf{0,55}.$$

$$\mathbf{P(\text{aprovado} \mid \text{fez curso})} = 90/120 = \mathbf{0,75}.$$

$$\mathbf{P(\text{fez curso} \mid \text{aprovado})} = 90/110 \approx \mathbf{0,818}.$$

Repare: $P(A|B)$ e $P(B|A)$ são **números diferentes**. Trocar um pelo outro inverte a resposta.

PALAVRAS-CHAVE DA BANCA

espaço amostral

evento

equiprováveis

mutuamente exclusivos

independentes

com reposição

sem reposição

sabendo que

dado que

pelo menos um

probabilidade condicional

evento complementar

PP QUESTÃO

ESTILO CEBRASPE · CERTO/ERRADO

Uma moeda honesta é lançada três vezes. Julgue o item: a probabilidade de se obter pelo menos uma coroa nos três lançamentos é superior a 0,85.

() Certo

() Errado

Gabarito: Certo. Pelo complementar: o único caso **sem** nenhuma coroa é "cara, cara, cara", com probabilidade $(1/2)^3 = 1/8 = 0,125$. Logo $P(\text{pelo menos uma coroa}) = 1 - 0,125 = 0,875$, que é superior a 0,85. Tentar somar os casos favoráveis (7 dos 8 possíveis) leva ao mesmo 7/8, mas gasta bem mais tempo.

PP ACTIVE RECALL — TESTE-SE DE MEMÓRIA

CUBRA A COLUNA DA DIREITA E RESPONDA

? Fórmula da probabilidade clássica e sua condição?	favoráveis/possíveis, com resultados equiprováveis
? P(pelo menos um) calcula-se como?	$1 - P(\text{nenhum})$
? Mutuamente exclusivos significa?	não ocorrem juntos: $P(A \cap B) = 0$
? Independentes significa?	$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
? Dois dados: probabilidade de soma 7?	$6/36 = 1/6$
? Rei ou carta de copas num baralho de 52?	$16/52 = 4/13$ (desconta o rei de copas)
? "Sabendo que" no enunciado muda o quê?	o denominador — reduz o espaço amostral
? Sem reposição altera o quê?	numerador e denominador da 2ª retirada
? Como testar se A e B são independentes?	verificar se $P(B A) = P(B)$

SEÇÃO 14

Sequências, séries e padrões

A questão dá alguns termos e pede o próximo — ou o termo de ordem 30. Não existe fórmula universal: existe um **protocolo de investigação**. Aplicado na ordem certa, ele resolve a grande maioria dos casos.

14.1 O protocolo em cinco testes

● PP DECORE — A ORDEM DOS TESTES

- 1. Diferenças.** Subtraia cada termo do anterior. Diferença constante → **PA**.
 - 2. Razões.** Divida cada termo pelo anterior. Quociente constante → **PG**.
 - 3. Segunda diferença.** As diferenças formam PA? → sequência **quadrática** (tipo n^2).
 - 4. Soma dos anteriores.** Cada termo é a soma dos dois anteriores? → **Fibonacci**.
 - 5. Alternância.** Os termos de posição ímpar e par seguem regras **diferentes**? Separe em duas sequências.
- Se nada funcionar:** teste posições (n , n^2 , n^3), operações com o índice, ou padrões não numéricos (letras, formas).

14.2 Progressão aritmética (PA)

ELEMENTO	FÓRMULA	EXEMPLO: 5, 8, 11, 14...
Razão	$r = a_n - a_{n-1}$	$r = 3$
Termo geral	$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$	$a_{10} = 5 + 9 \times 3 = 32$
Soma dos n termos	$S_n = n \cdot (a_1 + a_n) / 2$	$S_{10} = 10 \times (5 + 32) / 2 = 185$
Termo médio	$a_k = (a_{k-1} + a_{k+1}) / 2$	Cada termo é a média dos vizinhos.

EXEMPLO PRÁTICO — A SOMA DE GAUSS

Soma de **1 a 100**: são 100 termos, $a_1 = 1$ e $a_{100} = 100$.

$$S = 100 \times (1 + 100) / 2 = 100 \times 101 / 2 = \mathbf{5.050}.$$

O raciocínio por trás: emparelhando $1+100$, $2+99$, $3+98$... surgem **50 pares de valor 101**.

14.3 Progressão geométrica (PG)

ELEMENTO	FÓRMULA	EXEMPLO: 3, 6, 12, 24...
Razão	$q = a_n / a_{n-1}$	$q = 2$
Termo geral	$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$	$a_8 = 3 \times 2^7 = 384$
Soma dos n termos	$S_n = a_1 \cdot (q^n - 1) / (q - 1)$	$S_8 = 3 \times (256 - 1) / 1 = 765$
Soma infinita (só se $ q < 1$)	$S_\infty = a_1 / (1 - q)$	Em 4, 2, 1, 0,5...: $4 / (1 - 0,5) = 8$

♦ ATENÇÃO — A SOMA INFINITA TEM CONDIÇÃO

A fórmula $S_\infty = a_1 / (1 - q)$ **só vale** quando $|q| < 1$, ou seja, quando os termos **encolhem**. Se $|q| \geq 1$ a soma cresce sem limite e a série **diverge** — não há resultado.

A banca cobra a condição tanto quanto a fórmula: item que aplica S_∞ a uma PG de razão 2 está errado por definição.

14.4 Padrões recorrentes em prova

SEQUÊNCIA	REGRA	COMO IDENTIFICAR
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34...	Fibonacci	Cada termo é a soma dos dois anteriores .
1, 4, 9, 16, 25, 36, 49...	Quadrados perfeitos (n^2)	Diferenças são os ímpares: 3, 5, 7, 9...
1, 3, 6, 10, 15, 21, 28...	Triangulares $n(n+1)/2$	Diferenças são os naturais: 2, 3, 4, 5...
2, 6, 12, 20, 30, 42...	$n(n+1)$	Diferenças pares crescentes: 4, 6, 8, 10...
3, 8, 15, 24, 35, 48...	$n^2 - 1$	É a sequência dos quadrados deslocada.
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19...	Números primos	Sem padrão aritmético — reconhecimento direto.
1, 8, 27, 64, 125...	Cubos (n^3)	Crescimento muito rápido.
1, 2, 6, 24, 120, 720...	Fatoriais ($n!$)	Cada termo é o anterior $\times n$.

★ PP DICA — A TABELA DE DIFERENÇAS RESOLVE QUASE TUDO

Escreva a sequência e, abaixo, as diferenças. Se ainda não for constante, escreva as diferenças das diferenças.

Sequência: 2 6 12 20 30

1ª dif.: 4 6 8 10

2ª dif.: 2 2 2 → constante!

Segunda diferença constante significa **lei quadrática**. O próximo termo sai por reconstrução: 2ª dif. = 2 → próxima 1ª dif. = 12 → próximo termo = 30 + 12 = **42**.

⊙ PP CAI MUITO — SEQUÊNCIAS NÃO NUMÉRICAS

- **Letras do alfabeto:** converta para números (A=1, B=2...) e aplique o protocolo. Cuidado: algumas bancas usam alfabeto de **26** letras (com K, W, Y), outras de 23 — o enunciado costuma avisar.
- **Sequências alternadas:** "2, 10, 4, 20, 6, 30..." são **duas** sequências entrelaçadas: pares (2,4,6) e múltiplos de 10 (10,20,30).
- **Figuras:** conte elementos (lados, pontos, quadradinhos) e transforme em sequência numérica.
- **Padrão de rotação:** observe o ângulo entre uma figura e a seguinte — costuma ser constante (45°, 90°).

▲ PP PEGADINHA — "PRÓXIMO TERMO" × "TERMO DE ORDEM N"

Errado: achar a regra e responder o termo seguinte quando o comando pediu **a₃₀**. **Certo:** se o comando pede um termo distante, **ache a fórmula do termo geral** — continuar a lista termo a termo é inviável.

Atalho de PA: $a_{30} = a_1 + 29r$, sem escrever os 28 termos do meio.

PALAVRAS-CHAVE DA BANCA

termo geral

razão da progressão

progressão aritmética

progressão geométrica

soma dos n primeiros termos

sequência de Fibonacci

próximo termo da sequência

obedece ao mesmo padrão

série convergente

PP QUESTÃO

ESTILO VUNESP · MÚLTIPLA ESCOLHA

Observe a sequência: 3, 8, 15, 24, 35, ... Mantido o mesmo padrão de formação, o sétimo termo é:

- a) 46.
- b) 48.
- c) 60.
- d) 63.
- e) 70.

Gabarito: d. As diferenças são 5, 7, 9, 11 — PA de razão 2, logo a segunda diferença é constante e o padrão é quadrático. Reconstruindo: 6º termo = 35 + 13 = **48**; 7º termo = 48 + 15 = **63**. Confirmação pela lei geral $n^2 - 1$ com n a partir de 2: $8^2 - 1 = 63$ ✓. A alternativa (b) é a armadilha para quem para no **sexto** termo.

PP ACTIVE RECALL — TESTE-SE DE MEMÓRIA		CUBRA A COLUNA DA DIREITA E RESPONDA
? Qual o primeiro teste diante de uma sequência?		calcular as diferenças entre termos consecutivos
? Termo geral da PA?		$a_1 + (n-1) \cdot r$
? Soma dos n termos da PA?		$n(a_1 + a_n)/2$
? Termo geral da PG?		$a_1 \cdot q^{(n-1)}$
? Condição para existir soma infinita de PG?		$ q < 1$
? Segunda diferença constante indica o quê?		lei quadrática (tipo n^2)
? Regra da sequência de Fibonacci?		cada termo é a soma dos dois anteriores
? 1, 3, 6, 10, 15 — que sequência é?		triangulares, $n(n+1)/2$
? Soma de 1 a 100?		5.050